

## ASAL SAYILARIN ÖĞRETİMİNDE ALTERNATİF BİR MATERYAL: ASAL ÇARPAN KARTELÂSİ

Satı Ceylan Oral<sup>1</sup>

### ÖZ

Bu çalışmanın amacı, ortaokul matematik dersi öğretim programında yer alan “çarpanlar ve katlar” ünitesindeki kavramlara yönelik alternatif bir öğretim materyali olarak geliştirilen Asal Çarpan Kartelâsının (AÇK) sınıf içerisinde kullanılabilirliğini değerlendirmektir. Yüz yüze eğitim sürecinde 4 ders saati boyunca 12 matematik öğretmeni ve 90 öğrencisi ile farklı zaman dilimlerinde asal sayı, asal çarpan, aralarında asal sayılar, en küçük ortak kat, en büyük ortak bölen, çarpanlar ve katlar gibi kavramları öğretmek amacıyla kullanılan AÇK, materyal geliştirme ilkeleri çerçevesinde değerlendirilmiştir. Öğretmen ve öğrenci yanıtlarına göre AÇK’nın basit, sade ve anlaşılabilir, dersin hedef ve davranışlarına uygun, öğrencinin gelişim ve öğrenim özelliklerine uygun, öğretmenler kadar öğrencilerin de kullanabileceği düzeyde basit olduğu söylenebilir. Öğrencilerin sürece ilişkin görüşleri incelendiğinde AÇK ile işlenen derslerin heyecan verici, merak uyandırıcı, öğretici, faydalı, eğlenceli olduğunu ifade ettikleri tespit edilmiştir. Öğrencilerden bir kısmı da boyama sürecinin gereksiz ve sıkıcı olduğunu belirtmişlerdir.

**Anahtar kelimeler:** asal çarpan kartelâsı, asal sayılar, matematik, materyal geliştirme.

## AN ALTERNATIVE MATERIAL FOR TEACHING PRIME NUMBERS: PRIME FACTORS CHART

### ABSTRACT

This study aimed to evaluate the effectiveness of the Prime Factors Chart (PFC) as an alternative teaching material, which was developed for teaching the concepts within the “factors and multiples” unit in the middle school mathematics curriculum. Twelve middle school mathematics teachers used the PFC to teach concepts, such as prime number, prime factor, the highest common factor, and the least common multiple, relatively prime numbers, factors, and multiples during face-to-face education in 4 lesson hours. The teachers and their students (n=90) evaluated the PFC based on the framework of the principles of material development. The participant teachers’ and students’ opinions indicated that the PFC is simple and understandable, suitable for the learning objectives and outcomes, suitable for the developmental characteristics of the students, and simple enough to be used by students as well as teachers.

**Keywords:** prime factors chart, prime numbers, mathematics, material development.

### Makale Hakkında:

Gönderim Tarihi: 20.04.2021

Kabul Tarihi: 14.10.2021

Elektronik Yayın Tarihi: 29.10.2021

---

<sup>1</sup>Dr. Matematik Öğretmeni, Burhaniye Bilim ve Sanat Merkezi, ceyslansati@hotmail.com, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3376-1709>

## GİRİŞ

Altun'a (2001) göre, matematik öğretiminin temel amacı, öğrenciye hayatta gerekli olan matematiksel yetenekleri edindirmek, günlük yaşam problemleri çözmeyi öğretmek ve durumları değerlendirirken problem çözme yaklaşımından yararlanabilme becerisi kazandırmaktır. Bu yüzden de büyük önem taşımaktadır. Fakat kişiyi sürekli üst düzey zihinsel süreçler içerisinde tutması, problem çözme becerisi gerektirmesi ve düşünceyi ifade eden özel simge ve sembolleri kullanması (Yıldırım, 1996) nedeniyle matematiğin soyut doğasına yönelik önyargılar her geçen gün artmaktadır. Bu önyargıların artması veya azalması matematiğin nasıl öğretildiğiyle doğrudan ilişkilendirilebilir (Dale, 1946; Hare, 1999). Matematiğin birbiri ile ilişkilendirilmeyen kazanımlara dayalı olarak öğretimi benimseyen geleneksel yaklaşımlar, tüm dünyada terk edilmeye başlanmış ve yerine kavramsal öğrenmeyi temele alan yapılandırmacı yaklaşımların kullanılmasına önem verilmiştir. Gerçekten de geleneksel yöntemle dayanarak hazırlanmış öğretim programları, matematik eğitiminin kısır bir döngü içinde hapsolmesine sebep olmuştur (Boz, 2008). Sınıf ortamında öğrencilerin etkin şekilde kullanılabilecekleri materyaller geliştirmek, öğretimi bu kısır döngüden kurtaran etkenlerden birisi olarak sayılabilir (Tuncer, 2008).

Öğretim ortamlarına materyallerin dâhil edilmesinin pek çok yararının olduğunu dile getiren çalışmalar oldukça fazladır. Bu çalışmalarda ulaşılan sonuçlara göre öğrenme ortamında öğretim materyaline etkili bir şekilde yer vermek, öğrenmeyi ve kavramayı kolaylaştırır (İşman, 2005; Koşar vd., 2003), bireysel çalışmayı destekler, ilgi ve isteği artırır (Tuncer, 2008), günlük hayata uyumlu öğrenme yaşantıları sağlar (Gürbüz, 2007), eleştirel düşünme, problem çözme ve yaratıcılık becerilerini geliştirir (Körükçü, 2008), bilgiyi pekiştirir ve öğrencilerin öğrenmeye dâhil olmasına katkı sunar (Aslan & Doğdu, 1993). Öğretim materyallerine öğrencilerin dokunabildiği, kinestetik ve görsel duyuuları aracılığıyla matematiksel kavramlara gidebildiği nesnelere olarak öğretimde yer verilmelidir (Sowell, 1989). Materyaller, bazen öğretilecek konuya ait alt başlıkların birbiri ile ilişkilerini modellemek, bazen öğrenciyi etkin

olarak öğrenme ortamına katmak, bazen de kavranması zor durumları somutlaştırarak kolaylaştırmak amacıyla kullanılır (Van de Walle, 2007; Yazlık, 2018).

Seferoğlu'na (2011) göre, öğretimi etkili kılacak bir materyal ortaya koymak için materyal hazırlama ilkelerinden ve materyal geliştirme sürecinin önkoşullarından yararlanmak gerekir. Materyal hazırlama ilkelerine göre bir materyal; basit, sade ve anlaşılabilir, dersin hedef ve davranışlarına uygun, görsel özellikler materyalin önemli noktalarını vurgulayan, öğrencinin gelişim özelliklerine uygun, öğrenciye alıştırmaya ve uygulama olanağı sağlayan, öğretmenler kadar öğrencilerin de kullanılabileceği düzeyde basit ve gerektiğinde kolaylıkla geliştirilebilir/güncelleştirilebilir olmalıdır. Materyal geliştirme sürecinde ise, hedef analizi, öğrenenin niteliklerinin tespit edilmesi, içerik analizi ve tasarımı, içerik ve aracın bütünleştirilmesi ve materyalin öğrenme ortamına taşınması başlıkları mutlaka ele alınmalıdır.

### Çarpınlar ve Katlar Konusunun Öğretimi

Matematik öğretimi programında; "Çarpınlar ve Katlar" konusu bazı konulardaki kazanımların (örneğin, verilen sayıyı üslü olarak yazma) ön öğrenmeleri niteliğindedir ve bu yüzden ilköğretim programında altıncı sınıf ve sekizinci sınıfta cebir konularının önünde yer almıştır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Ancak sayılar alt öğrenme alanının önemli bir konusu olan ve gerek ulusal, gerekse de uluslararası sınavlarda genişçe yer alan bu konunun içerdiği kazanımlarda (çarpınlar ve katlar, asal sayılar ve bölünebilme kuralları) öğrencilerin ciddi öğrenme güçlükleri yaşadıkları görülmektedir (Tatar vd., 2008).

Çarpınlar ve katlar konusuna yönelik farklı öğretim yaklaşımları ile çeşitli çalışma grupları ile araştırmalar yapılmıştır (Bilge, 2005; Bolte, 1999; Korkmaz & Korkmaz, 2017; Özdeş, 2013). Bazı öğrencilerin 1 sayısını asal sayı olarak düşündüklerini ifade eden Özdeş (2013), ayrıca 2'nin çift olması gerekçesiyle asal olmadığını sandıklarını ve tüm tek sayıların 2'ye bölünmedikleri için asal kabul edilmesi gerektiğini düşündüklerini vurgulamıştır. Ayrıca asal sayıların negatiflerini de asal kabul eden, aralarında asallık, asal çarpınlara ayırma

ve en büyük ortak bölen (EBOB)-en küçük ortak kat (EKOK) konularıyla ilgili de çeşitli kavram yanlışlarına sahip olan öğrencileri de çalışmasında rapor etmiştir. Aralarında asal sayıların mutlaka asal sayılar olması gerektiği, bölme ve bölünebilme kavramlarının karıştırıldığı, 1'in diğer sayılarla aralarında asal olduğunu kavrayamamaları da öğrencilerin kavram yanlışları içerisinde sayılabilir (Bolte, 1999; Yağmur, 2020).

Asal sayı kavramını öğrenmede yüzyıllardır kullanılan bir materyal olarak Eratosthenes'in Kalburu,  $k < \sqrt{n}$  olmak üzere,  $n$ 'e kadar asal sayıları bulmak için  $k$ 'dan küçük asal sayıların katlarının elenmesi şeklinde tasarlanmış ve Yunan Matematikçi Eratosthenes tarafından MÖ 250'li yıllarda ortaya atılmıştır (Lambert, 2004). Eratosthenes Kalburunun kullanım alanı 1'den  $n$ 'e kadar asal sayıların tespit edilmesine yardımcı olmasıyla sınırlıdır. Çarpanlar ve katlar ünitesinde yer alan diğer kavramlara (çarpan, kat, bölen, asal sayı, ortak bölen, ortak kat, EBOB, EKOK ve aralarında asal sayılar) yönelik bir materyale ihtiyaç duyulmaktadır. Bu bağlamda çalışmanın amacı, ortaokul matematik dersi öğretim programında yer alan "çarpanlar ve katlar" ünitesindeki kavramların öğretimine yönelik alternatif bir öğretim materyali olarak geliştirilen Asal Çarpan Kartelasının örnek uygulamalarla öğrenciler ve öğretmenler tarafından bir öğretim materyali olarak kullanılabilirliğinin değerlendirilmesidir.

### ASAL ÇARPAN KARTELÂSININ GELİŞTİRİLMESİ SÜRECİ

Materyalin geliştirilmesi aşamasında Seferoğlu'nun (2011) materyal geliştirme sürecinin önkoşullarından yararlanılmıştır. Materyal geliştirme önkoşullarında yer alan aşamalara uygun şekilde yürütülen sürecin her aşamasında uzman fikirleri alınmıştır. Bu uzmanlar altıncı ve sekizinci sınıfların derslerine giren iki matematik öğretmeni ve iki akademisyendir. Uzmanların değerlendirmeleri de materyal hazırlama formuna uygun şekilde alınmıştır. Başlangıçta sadece asal sayı ve asal çarpan kavramı öğretimi için tasarlanan materyal, uzmanların görüşleri ile geliştirilmiştir. Uzmanlar materyalin "gerektiğinde kolaylıkla geliştirilebilir ve güncelleştirilebilir" olmadığını söylemişler ve bunun üzerine uzman öğretmenler ile bir araya gelinerek materyalin başka hangi kavram ve

kazanımlarda kullanılabileceği üzerine görüşmeler yapılmıştır. Yapılan görüşmelerde kartelanın sadece asal sayı ve asal çarpan değil, bunların yanında, çarpan, kat, bölünebilme, ortak kat, ortak çarpan, aralarında asal sayılar, ebob-ekok kavramlarının öğretiminde de kullanılabileceği fark edilmiştir. Ayrıca materyal bir A4 kâğıdına sığan basit ve sade haline de yine uzman görüşleri ışığında ulaşmıştır. İçeriğinde yer alan renkli görüntü nedeniyle materyale "Asal Çarpan Kartelası (AÇK)" ismi verilmiştir. Materyal geliştirme sürecinin önkoşulları ve uzman görüşleri ışığında aşağıdaki şekilde materyalin hedef kitlesi belirlenmiş, öğrenme ortamının ve öğrenenin nitelikleri incelenmiş, içerik analizi ve tasarımının ardından sınıf ortamına taşınmıştır.

### Hedeflerin Analizi

Çalışmada, çarpanlar ve katlar konusunda yer alan kavramları öğretmek için, öğrenci seviyesine uygun, öğrenmeyi kolaylaştırıcı, eğlenceli ve etkili bir materyal geliştirmek hedeflenmiştir. Öğrencileri hem bilişsel, hem duyuşsal hem de psikomotor alanda destekleyecek bir materyal tasarımına karar verilmiştir.

### Öğrenci Özellikleri

Çarpanlar ve Katlar konusuna öğretim programında ilk kez altıncı sınıfta "M.6.1.2. Çarpanlar ve Katlar Ünitesi" daha sonra sekizinci sınıfta "M.8.1.1. Çarpanlar ve Katlar Ünitesi" başlıkları altında bulunan kazanımlar ile yer verilmiştir (MEB, 2018). Bu bağlamda hazırlanan materyalin hedef kitlesi altıncı ve sekizinci sınıf öğrencileridir. Ayrıca materyal hazırlanırken öğrencilerin matematik dersine karşı tutumları, motivasyonları ve hazır bulunuşlukları da göz önünde bulundurularak görsel düzenlemeler yapılmıştır.

### İçerik Analizi, Tasarımı ve Öğrenme Ortamına Taşınması

Çarpanlar ve katlar ünitesindeki kavramların öğretimini sağlayacak şekilde tasarlanmış olan materyalin, tasarım ve değerlendirilme aşamasında materyal değerlendirme ilkelerinden (Seferoğlu, 2011) yararlanılmıştır. Uzman görüşleriyle son halini alarak sınıf ortamına taşınmıştır.

## ETKİNLİĞİN UYGULANMASI

Bu çalışma 2019-2020 eğitim-öğretim yılı güz döneminde yapılmıştır. Yapılan uygulamalar için gerekli yasal izinler ilgili Milli Eğitim Müdürlüğünden alınmıştır. Çalışmada karma araştırma yöntemi kullanılmış, nicel veriler 12 öğretmen (Tablo 1) ve 90 öğrencinin (Tablo 2) materyal geliştirme ilkeleri çerçevesinde yaptığı puanlamalardan, nitel veriler ise araştırmacının kendisinin gerçekleştirdiği örnek uygulamaya katılan 15 sekizinci sınıf öğrencisine (Tablo 3) yöneltilen açık uçlu sorulardan elde edilmiştir.

Araştırma, Balıkesir ilinde ilköğretim matematik öğretmeni olarak çalışan 12 öğretmene Asal Çarpan Kartelasının (AÇK) tanıtıldığı bir webinarla başlatılmıştır. Öğretmenlerin tamamı AÇK'yı derslerinde uygulamış ve dersler sonrasında hem kendileri hem de öğrencileri AKÇ'yı "Materyal Hazırlama İlkeleri" (Seferoğlu, 2011) çerçevesinde değerlendirmişlerdir. Uygulamalar altıncı ve sekizinci sınıflarda 4 ders saati şeklinde yürütülmüştür.

**Tablo 1.** Çalışma Grubunda Yer alan Öğretmen Bilgileri

Grup	Öğretmen Sayısı (n)	%
Erkek	5	%41,6
Kadın	7	%58,4
<b>Toplam</b>	<b>12</b>	<b>%100</b>

**Tablo 2.** Çalışma Grubunda Yer alan Öğrenci Bilgileri

Grup	Öğrenci Sayısı (n)	%
Erkek	51	%56,6
Kız	39	%43,4
<b>Toplam</b>	<b>90</b>	<b>%100</b>

**Tablo 3.** Açık Uçlu Soru Sorulan Öğrenci Bilgileri

Grup	Öğrenci Sayısı (n)	%
Erkek	8	%53,3
Kız	7	%46,7
<b>Toplam</b>	<b>15</b>	<b>%100</b>

Seferoğlu'nun (2011) materyal hazırlama ilkelerinden oluşan Materyal Değerlendirme Formu (Ek 1) öğretmenlerin ve öğrencilerin AÇK ile ilgili değerlendirmelerini almak amacıyla seçilmiş ve kullanılmıştır.

Değerlendirmenin ölçülebilir olması açısından Materyal Hazırlama İlkeleri likert tipi bir ankete dönüştürülmüş, puanlandırılmış ve ortalama puanlar hesaplanarak değerlendirme yapılmıştır.

### Örnek Etkinlik Uygulaması

Örnek etkinlik uygulaması araştırmacı öğretmen tarafından bir devlet okuluna devam etmekte olan 15 sekizinci sınıf öğrencisiyle 4 ders saati boyunca yürütülmüştür. Ön öğrenmelerin tespit edilmesi ve sürecin sorunsuz ilerleyebilmesi için altıncı sınıf ve sekizinci sınıf Çarpanlar ve Katlar Ünitesinde yer alan kavramlara odaklanılmıştır. Bunlar matematik öğretim programında şu başlıklar altında yer almaktadır: "M.6.1.2. Çarpanlar ve Katlar Ünitesi / Terimler veya Kavramlar: Çarpan, kat, bölen, asal sayı, ortak bölen, ortak kat" ve "M.8.1.1. Çarpanlar ve Katlar Ünitesi / Terimler veya Kavramlar: En büyük ortak bölen (EBOB), en küçük ortak kat (EKOK), aralarında asal sayılar" (MEB, 2018).

Etkinliğin ön hazırlık aşamasında, öğretmen öğrencilere ertesi gün için 25 farklı renkte boya kalemine ihtiyaç olduğunu söylemiştir. Bu kadar renk bulamamaları durumunda, renkleri karıştırarak yeni bir renk elde edebileceklerini de eklemiştir. Etkinliğin uygulandığı gün öğrencilere AÇK'nın boş hali (Şekil 1, Ek 2) dağıtılmıştır. Öğrencilerin kartelayı incelemelerine fırsat verilmiştir. Yaklaşık 2 dakika süren bir inceleme sonunda öğretmen öğrencilere neler gördükleri sormuştur. Bu aşamada geçen diyalog (öğrenci isimleri gerçek isimler değildir) şu şekildedir:

Öğretmen: Elinizdeki kartelâda neler görüyorsunuz?

Furkan: 1'den 100'e kadar sayılar belli bir düzen içerisinde yazılmış ve eşit büyüklükte dikdörtgenlere ayrılmış. Bu dikdörtgenler de farklı sayılarda ve büyüklükte kutucuklara...

Öğretmen: Harika, başka?

Eren: Bazı sayıların hiçbir kutucuğa ayrılmadığını görüyorum.

Öğretmen: Hmm, Bu sayıların bir özelliği mi var acaba?

Ege: Evet, bu sayılar asal.

Öğretmen: Herkes bunu fark etti mi ve defterine asal sayının tanımını yazabilir mi?

81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

**Şekil 1.** AÇK'nın Sınıf Uygulamasında Kullanılan Hali

AÇK gerçekten de 1'den 100'e kadar aynı büyüklükte dikdörtgenin farklı büyüklükte bölümlere ayrıldığı bir çalışma yaprağı formatında tasarlanmıştır. Bu bölümde öğretmen öğrencilerin defterlerine yazdıkları asal sayı tanımlarını incelemiş ve tüm sınıfın karteladaki tüm asal sayıları defterine not etmesini ve saymasını istemiştir. Bu noktada 25 farklı rengin 25 farklı asal sayıyı temsil edeceğini de öğrencilerin fark etmesini sağlamaya çalışmıştır. Küçük bölümler ise asal olmayan sayıların asal çarpanlarını temsil etmektedir. Sınıf içerisinde bunu öğrencilerin keşfetmeleri için bir tartışma başlatılmıştır.

Öğretmen: Öyleyse şimdi küçük kutucukların ne anlama geldiğini düşünelim. Var mı bir fikri olan?

Onur: Çarpanlar galiba.

Öğretmen: Onur'un fikri hakkında ne düşünüyorsunuz?

Ege: En küçük sayıdan teker teker başlayalım hocam. Mesela 4'ün çarpanları 1, 2 ve 4 yani 3 tane ama burada 2 kutu var. Çarpanlar olamaz.

Zeynep: Aaaa asal çarpanlar. Ama 4'ün 1 tane asal çarpanı var. O da 2. Burada ise 2 kutu var.

Onur:  $4=2 \times 2$  olamaz mı o zaman. Mesela 8'de de 3 kutucuk var ve sanıyorum o da  $8=2 \times 2 \times 2$  oluyor.

Öğrenciler: Evet evet asal çarpanların çarpımı.

Öğretmen: Harikasınız çocuklar!

Öğrencilerin birbirileri ile yaptıkları beyin fırtınası sonucu AÇK'nın çalışma prensibini keşfetmeleri desteklenmiştir. Gerçekten de asal çarpan kartelası asal olmayan sayıların asal çarpanlarının çarpımlarının yer aldığı

kutucuklar şeklinde tasarlanmıştır. Bir örnek Şekil 2'de verilmiştir.



**Şekil 2.** Asal Çarpanların Çarpımı Örnekleri

Şekil 2'de görüldüğü üzere, 60 sayısını temsilen ayrılmış dikdörtgen dört, 68 sayısını temsilen ayrılmış dikdörtgen ise üç eşit bölmeğe ayrılmıştır. Kısacası her bir sayı, her biri bir asal çarpanı temsil edecek şekilde bölümlere ayrılmış ve temsil ettiği asal sayının rengine boyanmıştır. Öğrenci çalışmalarından bir örnek Fotoğraf 1'de verilmiştir.



**Fotoğraf 1.** Bir Öğrencinin AÇK Çalışması

Dersin keşfetmeye dair bu bölümü yaklaşık 20 dakika sürmüştür. Öğrencilerin kavram yanılığısına düşmemeleri için kutucuğun büyüklüğünün değil renginin bizi ilgilendirdiği ifade edilmiştir.

Öğretmen: Şimdi kartelanın bir kısmını hep beraber dolduracağız. 1'in niçin asal sayı olmadığını daha önce konuşmuştuk. 2 ile başlayalım.

Banu: 2 bir asal sayıdır. Zaten tek kutudan oluşuyor. Ona bir renk mi vermeliyiz?

Alp: Evet, 2'yi sarıya boyayalım mı?

Öğretmen: Evet çocuklar sarı renk bizim için 2'yi temsil edebilir.

Banu: 3'e de mavi diyelim o zaman.

Öğretmen: 2 ve 3'ü sarı ve maviye boyadıysanız, 4'e geçelim. 4 için ne düşünüyorsunuz?

Zeynep: 4'ü asal çarpanlarının çarpımı şeklinde yazarsak  $4=2 \times 2$  olduğundan iki kutuya da 2 yazar ve sarıya boyarız.

Derin: Anlamadığım bir şey var. Neden  $4=4 \times 1$  şeklinde düşünmüyoruz.

Zeynep: Çünkü 4 ve 1 asal değil. Bu küçük kutucuklara daima asal çarpanları yazacağız ki ne renge boyayabileceğimizi bilelim.

Öğretmen: Evet Derin, Zeynep haklı. Haydi, sen de 6'yı söyle şimdi.

Derin: Öyleyse  $6=2 \times 3$  olduğundan kutucuklara 2 ve 3 yazıp 2 ve 3'ü temsil eden renklere boyayacağız.

Öğretmen: Bravo çocuklar!

Öğrencilerin süreci tamamen anladıklarından emin olduktan ve her bir asal sayı için ortak renkler belirlendikten sonra, onlara tüm kartelayı doldurmaları ve boyamaları (Şekil 3, Ek 3) için yaklaşık 1 ders saati verilmiştir. Bazı öğrenciler önce asal çarpanları yerleştirip daha sonra boyamaya geçmişlerdir (Şekil 4, Ek 4). Bu süreçte öğretmen bölünebilme kurallarına dikkati çekmiştir:

Öğretmen: Çocuklar, bölünebilme kurallarını bilerseniz kartelâyı doldurmanız daha kolay olacaktır.

Tarık: Evet öğretmenim, 1'den 100'e kadar asal olmayan sayılar 2, 3, 5 ve 7'nin tam katı oluyorlar. Bu yüzden ben sayıların bu sayılara bölünüp bölünmediğine bakıyorum her seferinde.

Öğretmen: Aferin Tarık! Lütfen arkadaşlarına sayıların 2, 3 ve 5'e tam bölünüp bölünmediğiyle ilgili kısa yollardan bahsedersin mi?

Şekil 3. Tamamlanmış AÇK

Öğretmenin sürecin tamamında öğrencilere rehberlik etmesi, öğrencilerin kendilerini özgürce ifade edebildikleri bir ortam oluşturması çok önemlidir. Sınıf içinden bu durumu örnekleyen bir diyalog şu şekildedir:

Eylem: Öğretmenim benim bitti.

Öğretmen: Nasıl bu kadar hızlı bitirebildin acaba?

Eylem: Kısa bir yol buldum öğretmenim. Mesela 78'i asal çarpanlarına ayırırken, çift

olduğu için 2'ye bölündüğünü biliyordum.  $78:2=39$  olur. 39 için kartelâyı daha önceden boyamıştım. Bakın  $39=3 \times 13$ 'tü. O halde  $78=2 \times 3 \times 13$  olur.

Öğretmen: Elbette bu şekilde düşünebilirsiniz. Güzel.

Şekil 4. Asal Çarpanlarına Ayrılmış AÇK

Uygulamanın ilk 2 saati öğrencilerin AÇK'nın çalışma prensibini keşfetmesine ve asal çarpanlarının yazılarak boyanmasına ayrılmıştır. Bir sonraki 2 saatte ise, kartelânın asal sayı ve asal çarpan dışında hangi matematiksel kavramları öğrettiği öğrencilerle birlikte tartışılmıştır.

Öğretmen: Herkes asal çarpan kartelâsını tamamlamış ve yanında getirmiş olmalı. Şimdi hep beraber kartelânın hangi işlere yarayabileceğini tartışalım ve bulduğumuz her şeyi defterimize kısaca not edelim. [Öğrencilere süre verilir.] Evet, var mı söz almak isteyen?

Elif: Öğretmenim AÇK bize asal sayı ve asal çarpan kavramlarını öğretiyor (Fotoğraf 2).

Öğretmen: Şimdi herkes defterine kartelâsından seçtiği bir asal ve asal olmayan sayıyı çizip boyasın.



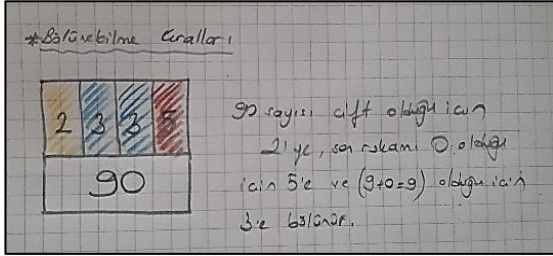
Fotoğraf 2. Örnek Öğrenci Çalışması 1

Öğrencilerle birlikte keşfedilen diğer kavramlar da örnekleri ile birlikte öğrenci defterlerine not ettirilmiştir.

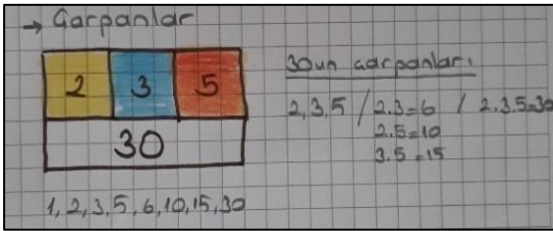
Öğretmen: Başka hangi kavramlarını öğretiyor asal çarpan kartelâsı?

Fuat: Öğretmenim bölünebilme kurallarını sürekli tekrar ediyoruz ve pekiştiriyoruz (Fotoğraf 3).

Derin: Öğretmenim bir sayının bütün çarpanlarını görebiliyoruz. Örneğin 30 sayısını ele aldığımızda 30'un 2, 3, 5'e ve bunların çarpımlarından meydana gelen 6, 15, 10 ve 30'a tam bölünebildiğini söyleyebiliriz. Her sayı zaten 1'e bölünür (Fotoğraf 4).



**Fotoğraf 3.** Örnek Öğrenci Çalışması 2



**Fotoğraf 4.** Örnek Öğrenci Çalışması 3

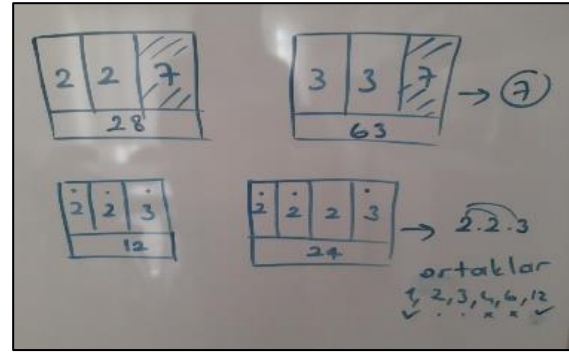
Öğrenciler fikirlerini sınıf arkadaşlarına açıklamışlar, gerektiğinde çalışmalarını tahtaya yazarak göstermişlerdir.

Akın: Öğretmenim, sayıların ortak çarpanlarını da görebiliriz. Mesela 28 ve 63'e baktığımızda 7'nin ortak renk olduğu görülüyor.

Mustafa: O kolay. 12 ve 24'e baktığımızda ne olacak? Bunların bir sürü ortak çarpanı var. Ortak renk ortak çarpan demek yeterli olmuyor. Çok karışık.

Akın: Öğretmenim tahtada gösterebilir miyim? (Fotoğraf 5)  $12=2.2.3$  ve  $24=2.2.2.3$ . İkisinde de ortak olan renkler hangileri? (Kartelaya bakmasını istiyor) 2, 2 ve 3. Tıpkı tüm çarpanları bulur gibi bu ortak renklerden oluşabilecek tüm çarpanları yazacağız. 1, 2, 3, 4, 6, 12. Bunlar 12 ve 24'ün ortak çarpanları diyebiliriz.

Mustafa: Ortak çarpanların en büyüğünü de görmüş olduk. O zaman en fazla sayıdaki ortak renk EBOB da olabilir. İyiymiş.



**Fotoğraf 5.** Akın'ın Tahtadaki Anlatımı

Öğrencilerin süreç içerisinde birbirileri ile tartışmaları ve birbirlerinden öğrenmeleri etkinlik boyunca desteklenmiştir. Uygulama sırasında öğrenciler kartelanın aralarında asal sayılar ve EKOK kavramları için kullanılabileceğini görmekte zorlanmışlardır. AÇK yardımıyla öğrenilebilecek fakat öğrencilerin bulmakta zorlandıkları bazı kavramlar için öğretmen ipuçları vermiştir.

Öğretmen: Çocuklar, aralarında asal sayıları görebilir miyiz kartelayı incelediğimizde?

Zeynep: Aralarında asal sayıların asal olmaları şart mıydı öğretmenim?

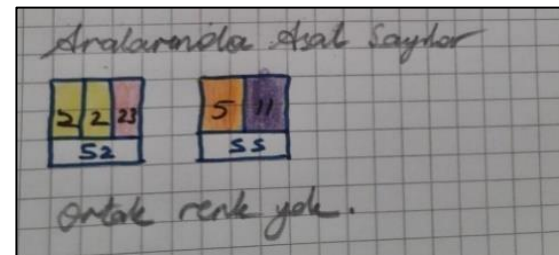
Elif: Hayır, değildi sanırım. 1'den başka ortak çarpanı olmaması gerekiyordu aralarında asal sayı olması için.

Öğretmen: Bu herkes için net mi? Eylem, Elif'in söylediği tanımı anladın mı? Kartela bu konuda nasıl yardımcı olabilir bizlere?

Eylem: Aslında bilmiyorum. Düşünmem gerek. Ortak çarpanın ortak renk olduğunu söylemişti biraz önce Akın. O zaman ortak renk olmaması mı gerekiyor? (Kartelaya bakıyor.) Mesela 8 ve 15'te hiç ortak renk yok. Bunlara aralarında asal diyebilir miyiz?

Elif: Tabii ki!

Öğretmen: Aferin çocuklar! Haydi, birer örnek çizelim (Fotoğraf 6).



**Fotoğraf 6.** Örnek Öğrenci Çalışması 4

Dersin sonunda öğrencilere matematiğin, birbiriyle ilişkili kavramların öğretildiği, insan beynini geliştirici bir ders olduğu şeklindeki yararlarından bahsedilip, öğrencilerin derse yönelik motivasyonları yükseltilmiş ve etkinlik tamamlanmıştır. Öğrenci çalışmalarından örnekler Fotoğraf 7’de sunulmuştur.



**Fotoğraf 7.** Öğrencilerin AÇK Çalışmaları

AÇK pek çok kavram ve kazanım için tekrar sınıf ortamına taşınabilir ve öğrencilerle tartışılabilir. *Bu kavramlar ve kazanımlar örnekleriyle Ek 5’te verilmiştir.*

## ETKİNLİĞİN DEĞERLENDİRİLMESİ

Alternatif bir öğretim materyali olarak AÇK’nın sınıf içerisinde kullanımını analiz etmek için ilgili üç farklı grubun değerlendirmeleri göz önünde bulundurulmuştur. Bu gruplar Tablo 5’te detaylı olarak verilmiştir.

**Tablo 5.** Materyali Değerlendiren Gruplar

Grup ve Sayı	Veri Toplama Aracı
Öğretmenler (n=12)	Materyal değerlendirme formu (Nicel veri)
Öğrenciler (n=90)	Materyal değerlendirme formu (Nicel veri)
Öğrenciler (n=15)	Açık uçlu sorular (Nitel veri)

Tablo 5’te belirtilen 12 ilköğretim matematik öğretmeni ve 90 öğrencisi AÇK’yı uygulamış ve materyal değerlendirme formuna göre değerlendirmişlerdir. Bu değerlendirmede her bir madde 5 puan (100%) üzerinden puanlanmış ve ortalamalar hesaplanmıştır (Tablo 6). Ayrıca araştırmacı tarafından yürütülen örnek uygulamaya katılan 15 sekizinci sınıf öğrencisi de değerlendirmelerini kendilerine yöneltilen açık uçlu sorular çerçevesinde yapmıştır.

**Tablo 6.** Materyal Değerlendirme Formuna Verilen Cevapların Ortalamaları

	Öğretmen		Öğrenci	
	Ort.	%	Ort.	%
*Basit, sade ve anlaşılabilir mi?	3,33	83,33	3,67	91,67
*Dersin hedef ve davranışlarına uygun mu?	3,58	89,58	3,83	95,83
*Görsel özellikler materyalin önemli noktalarını vurgulamakta mı?	3,17	79,17	3,90	97,50
*Öğrencinin gelişim ve öğrenim özelliklerine uygun mu?	3,25	81,25	4,00	100,00
*Öğrenciye alıştırmaya ve uygulama olanağı sağlıyor mu?	3,15	78,75	3,93	98,33
*Öğretmenler kadar öğrencilerin de kullanılabileceği düzeyde basit mi?	3,50	87,50	3,83	95,83
*Gerektiğinde kolaylıkla geliştirilebilir ve güncelleştirilebilir mi?	2,42	60,42	3,50	87,50
Ortalama Puan	3,20	% 80,00	3,81	% 95,24

Tablo 6 incelendiğinde hem öğretmenlerin hem de öğrencilerin genel olarak AÇK hakkında olumlu düşündükleri (2,42 - 4 arası puanlar) görülmektedir. Her iki grup da materyalin basit, sade ve anlaşılabilir, dersin hedef ve davranışlarına uygun ve öğretmenler kadar öğrencilerin de kullanılabileceği düzeyde basit

olduğunu ifade etmişlerdir. Ayrıca öğretmen ve öğrencilerin görüşleri doğrultusunda AÇK’nın öğrencinin gelişim ve öğrenim özelliklerine uygun olduğu, görsel özelliklerin materyalin önemli noktalarını vurguladığı, öğrenciye alıştırmaya ve uygulama olanağı sağladığı ve gerektiğinde geliştirilebileceği söylenebilir.

Örnek uygulamaya katılan sekizinci sınıf öğrencilerine “sürecin kendilerine kazandırdığı beceriler, süreçle ilgili düşünceleri ve süreçte yaşadıkları sorunlar” sorulmuştur. Tablo 8 açık uçlu soruları göstermektedir. Öğrenciler soruları yazılı olarak yanıtlamışlardır.

**Tablo 8. Açık Uçlu Sorular**

- ✓ Asal Çarpan Kartelasıyla işlenen dersle ilgili düşüncelerin nelerdir?
- ✓ Asal Çarpan Kartelasıyla işlenen derslerin sana ne gibi beceriler kazandırdığını düşünüyorsun?
- ✓ Bu süreçte ne gibi sorunlarla karşılaştın?

Öğrenciler, AÇK ile işlenen dersin heyecan verici, merak uyandırıcı, öğretici, faydalı, eğlenceli olduğunu ifade etmişlerdir. Bunun yanında öğrencilerden bazıları, sürecin sabır gerektiren bir süreç olduğunu belirtmişlerdir. Buna ilişkin görüşme formunda yer alan öğrenci ifadelerinden bazıları şu şekildedir:

Bu derse katılmak beni çok sevindirdi. Elimize verilmiş 100’e kadar sayıların yazılı olduğu o karmaşık kâğıt yavaş yavaş anlam kazandı. Bu yüzden ders merak uyandırıcı ve eğlenceliydi. (Furkan).

Bu dersin çok faydasını gördüm. Herşeyden önce öğretmenimizin bize sorgulama yaptırması ve herkesin fikrini dinlemesi çok güzeldi. (Elif).

Bence bu süreç çok eğlenceli ve öğretici idi. Daha önce anlamakta zorlandığım bazı kavramları anladığımı fark ettim. (Eren).

Uygulama öncesinde çarpanlar ve katlar konusunda kısmen de olsa bilgi sahibi olan öğrenciler AÇK ile işlenen derslerden sonra kavramları daha da anlamlandırdıklarını ifade etmişlerdir. Öğrenciler dersin kendilerine ne gibi beceriler kazandırdığı sorusuna kartelânın öğrettiği tüm kavramları yazarak cevap vermişlerdir. Asal sayı, asal çarpan (8 kişi), çarpan (7 kişi), bölünebilme kuralları (9 kişi), aralarında asal sayılar (8 kişi), EBOB-EKOK (7 kişi) gibi kavramları AÇK yardımıyla öğrendiklerini belirtmişlerdir. Buna ilişkin görüşme formunda yer alan öğrenci ifadelerinden bazıları şu şekildedir:

Öncelikle şunu belirtmeliyim ki, bölünebilme kuralları, asal sayı ve asal çarpan gibi konular altıncı sınıfta bize öğretildiği için biliyoruz kabul ediliyor. Fakat aslında o kadar da bilmiyoruz. AÇK sayesinde bildiğimi sandığım kavramları

anlamlandırdım. Ortak çarpan, aralarında asallar... Her şey o kadar açıldı ki... (Derin).

Bana asal çarpan kavramı ilginç geldi. Düşünsenize 1’den başka sonsuza kadar bütün sayıları asal sayıların çarpımı şeklinde yazabiliyoruz. Çok tuhaf ve büyüleyici! (Mustafa).

Sekizinci sınıfın en temel konularından biri çarpanlar ve katlar. LGS’ye hazırlanma gibi sıkıcı ve yorucu bir süreçte öğrenmekte zorlandığım bir konuyu anladım. Aralarında asal sayılar gibi. Ortak renk yoksa ortak çarpan da yoktur. İşte aralarında asal sayılar. Çok kolay! (Elif).

Öğrencilere görüşme formunda sorulan bir diğer soru, AÇK ile işlenen ders sırasında yaşadıkları sorunlar idi. Öğrencilerin çoğunluğu herhangi bir sorunla karşılaşmadığını belirtirken bazıları, 25 farklı renk bulmanın sıkıntılı olduğunu ve tüm sayıları boyamaktan sıkıldığını belirtmiştir. Ayrıca bir kısım öğrenci bazı bölümleri anlamakta zorlandıklarını ve sınıfta oluşturulan sorgulama sürecinden hoşlanmadıklarını ifade etmişlerdir. Buna ilişkin görüşme formunda yer alan öğrenci ifadelerinden bazıları şu şekildedir:

Kartelânın içerisindeki tüm sayıları boyamaya gerek var mıydı? Asal çarpanları yazıp yine üzerinde tartışabilirdik. Öğretmenimiz eğlenceli olması için boyattı sanıyorum ama bence sıkıcı ve gereksizdi. 25 renk de bulamadım zaten. (Akın).

Öğretmenimiz her şeyi bize sordu. Kendi kendimize keşfetmeye çalıştık her şeyi. O anlarda pek aktif olmadım. Ama arkadaşlarım açıkladıktan sonra anladım. (Eren).

Bazı bölümleri anlamakta zorlandım. Bu yüzden de sıkıldığımı söyleyebilirim. (Eylem).

## SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu çalışmada altıncı ve sekizinci sınıfın önemli konularından biri olan çarpanlar ve katlar ünitesindeki kavramların öğretimine yönelik geliştirilen AÇK’nın sınıf ortamında yapılan uygulamalarla matematik öğretiminde kullanılabilirliği değerlendirilmiştir. AÇK geliştirilirken hedef analizi, öğrenme ve öğrenenin özelliklerinin belirlenmesi, içerik analizi ve tasarımı, içerik ve aracın bütünleştirilmesi ve materyalin öğrenme

ortamına taşınması önkoşullarından yararlanılmıştır. Ayrıca materyalin alan yazında belirtildiği üzere (Seferoğlu, 2011; Yanpar, 2015) basit, sade ve anlaşılabilir, dersin hedeflerine uygun, öğrenciye pratik yapma ve alıştırmaya imkânı sağlayan, kolayca her öğrencinin ve öğretmenin ulaşabileceği şekilde ekonomik ve ergonomik olmasına özen gösterilmiştir.

Geliştirilmiş olan AÇK, asal sayı ve asal çarpan konularının öğretimi için 12 matematik öğretmeni tarafından uzaktan eğitim sürecinde ve yüzyüze eğitimde kullanılmıştır. “Materyal Hazırlama İlkeleri” çerçevesinde öğretmenler ve öğrencileri tarafından değerlendirilen AÇK’nın dersin hedef ve davranışlarına uygun, basit, sade ve anlaşılabilir, öğretmenler kadar öğrencilerin de kullanılabilir olduğu düzeyde basit, öğrencinin gelişim ve öğrenim özelliklerine uygun olduğu ve görsel özelliklerin materyalin önemli noktalarını vurguladığı söylenebilir. Söz konusu değerlendirmelerden hareketle AÇK’nın çarpanlar ve katlar ünitesindeki kavramların öğretiminde kullanılabilir olduğu ve sürece pozitif yönlü bir katkı sunması beklenmektedir. Bilge (2005) tarafından aktif öğrenme yöntemiyle yapılmış asal sayı ve asal çarpan kavramları öğretimine yönelik gerçekleştirilen çalışmada elde edilen bulgular, AÇK ile yapılan uygulamalarla paralellik göstermektedir. Matematik öğretmenlerinin çoğu materyal kullanımının öğrencilerin matematiksel düşünmesinde olumlu katkıları olduğunu (Kamii vd., 2001) ifade etmişlerdir. AÇK’nın öğretmen değerlendirmelerine göre ulaşılan sonuçlar ışığında benzer bulguya ulaşıldığı söylenebilir.

Öğrencilerin sürece ilişkin görüşlerine yönelik bulgular incelendiğinde, AÇK ile işlenen derslerin heyecan verici, merak uyandırıcı, öğretici, faydalı, eğlenceli olduğunu ifade ettikleri ortaya çıkmıştır. Bunun yanında öğrencilerden bazıları, süreci sabır gerektiren bir süreç olarak bulmuşlardır. Ortaya konan bu araştırma kapsamında ele alınan AÇK yardımıyla yürütülmüş matematik dersi motivasyon düzeyinin öğrenciler üzerindeki olumlu etkisi, benzer şekilde yapılan ve materyal kullanımı ile öğrenci motivasyonu arasında olumlu bir ilişki bulan diğer çalışmaları (Keller, 2010; Yorgancı & Terzioğlu, 2013) destekler niteliktedir.

Alanyazında öğrencilerin en çok 1’in asal sayı olduğu, 2’nin çift olması nedeni ile asal olmadığı, tüm tek sayıların asal olduğu gibi yanlışlarının olduğu belirtilmiştir (Özdeş, 2013). Ayrıca asal sayıların negatiflerinin de asal olduğunu sandıkları, aralarında asal sayıların mutlaka asal olmaları gerektiği gibi yanlış bilgilere (Bolte, 1999) de sahiptirler. AÇK ile işlenen derslerde bu yanlışların farkında olan araştırmacı özellikle kartelanın bu kavram yanlışlarını gidermesi için önemli noktaları vurgulamıştır. Kartelâ’da 1 beyazdır ve diğer hiçbir sayının kutucuğuna yazılmadığı için asal olmadığı açıktır. Yine sadece pozitif sayılardan oluşan AÇK negatif sayıların asal olamayacağını da mesajını verir. Aralarında asal sayıların asal olması gibi bir gerekliliğin olmadığı da “ortak renk ortak çarpan” prensibince pek çok örnek ile öğrencilere sunulmuştur. Bu açıdan AÇK’nın öğrencilerin kavram yanlışlarını giderici, hatta oluşmasını önleyici bir yapısının olduğu söylenebilir.

Eğitim öğretim ortamında materyal kullanımının algılama ve öğrenmeyi kolaylaştırdığı, ilgi uyandırdığı, derse canlılık kazandırdığı hem bu araştırma sonuçları ve hem de daha önce yapılan çalışmaların sonuçları ile desteklenmektedir. Ayrıca materyaller süreçte zaman tasarrufu sağlar, bilginin pekişmesine ve kalıcı olmasına yardımcı olur. Bu yüzden öğrenme ortamlarında öğrenmeyi kalıcı, etkili ve eğlenceli hale getirebilecek materyallerden yararlanılmalıdır. Eğitimciler materyal tasarlayabilecekleri, materyal kullanımının önemi ve olumlu etkileriyle ilgili donanım kazanacakları eğitimler almalıdırlar. Bu araştırma matematik dersine ilişkin yalnızca “Çarpanlar ve Katlar” konusuyla sınırlı tutulmuştur. Farklı dersler veya konularda materyallerin kullanıldığı yeni içerikler geliştirilebilir.

## KAYNAKLAR

- Altun, M. (2001). *Matematik öğretimi*. Alfa Yayıncılık.
- Aslan, Z., & Doğdu, S. (1993). *Eğitim teknolojisi uygulamaları ve eğitim araç gereçleri*. Tekişik Yayıncılık.
- Bilge, O. (2005). *İlköğretim 6. sınıf matematik dersi asal sayılar ve çarpanlara ayırma ünitesinin hedef ve davranışlarını kazandırmada aktif öğrenme yaklaşımının etkisi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Gazi Üniversitesi.
- Bolte, L. (1999). Enhancing and assessing preservice teachers' integration and expression of mathematical knowledge. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 2(2), 167-185.
- Boz, N. (2008). Matematik neden zor? *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 2(2), 52-65.
- Dale, E. (1946) *Audio-visual methods in teaching*. The Dryden Press.
- Gürbüz, R. (2007). Olasılık konusunda geliştirilen materyallere dayalı öğretime ilişkin öğretmen ve öğrenci görüşleri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 15(1), 259-270.
- Hare, A. Y. M. (1999). *Revealing what urban early childhood teachers think about mathematics and how they teach it: Implications for practice* [Unpublished doctoral dissertation]. University of North Texas.
- İşman, A. (2005). *Öğretim teknolojileri ve materyal geliştirme*. PegemA Yayıncılık.
- Kamii, C., Lewis, B. A., & Kirkland, L. (2001). Manipulatives: When are they useful? *The Journal of Mathematical Behavior*, 20(1), 21-31.
- Keller, J. M. (2010). *Motivational design for learning and performance: The ARCS model approach*. Springer Science & Business Media.
- Korkmaz, E., & Korkmaz, C. (2017). Ebob-Ekok konusunun gerçekçi matematik eğitimi etkinlikleriyle öğretimini başarı ve tutuma etkisi. *Hatay Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 14(39), 504-523.
- Koşar, E., Yüksel, S., Özkılıç, R., Avcı, U., Alyaz, Y., & Çiğdem, H. (2003). *Öğretim teknolojileri ve materyal geliştirme*. PegemA Yayıncılık.
- Körükçü, E. (2008). *Tam sayılar konusunun görsel materyal ile öğreniminin 6. sınıf öğrencilerinin matematik başarılarına etkisi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Marmara Üniversitesi.
- Lambert, M. (2004). Calculating the Sieve of Eratosthenes. *Journal of Functional Programming*, 14(1), 759-763.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. <https://mufredat.meb.gov.tr>
- Özdeş, H. (2013). *9. sınıf öğrencilerinin doğal sayılar konusundaki kavram yanlışları* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Adnan Menderes Üniversitesi.
- Seferoğlu, S. S. (2011). *Öğretim teknolojileri ve materyal geliştirme*. PegemA Yayıncılık.
- Sowell, E. J. (1989). Effects of manipulative materials in mathematics instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(5), 498-505.
- Tatar, E., Okur, M., & Tuna, A. (2008). Ortaöđretim matematiğinde öğrenme güçlüklerinin saptanmasına yönelik bir çalışma. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 16(2), 507-516.
- Tuncer, D. (2008). *Materyal destekli matematik öğretiminin ilköğretim 8. sınıf öğrencilerinin akademik başarısına ve başarının kalıcılık düzeyine etkisi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Gazi Üniversitesi.
- Van de Walle, J. A. (2007). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (6th ed.). Pearson Education, Inc.
- Yağmur, B. E. (2020). Asal sayıların öğretiminde oyun tabanlı bir öğretim etkinliği. *Araştırma Temelli Etkinlik Dergisi*, 10(1), 18-30. <https://ated.info.tr/ojs-3.2.1-3/index.php/ated/article/view/9>
- Yanpar, T. (2015). *Öğretim teknolojileri ve materyal tasarımı*. Anı Yayıncılık.
- Yazlık, D. Ö. (2018). Öğretmenlerin matematik öğretiminde somut öğretim materyali kullanımına yönelik görüşleri. *OPUS Uluslararası Toplum Araştırmaları Dergisi*, 8(15), 775-805.
- Yorgancı, S., & Terzioğlu, Ö. (2013). Matematik öğretiminde akıllı tahta kullanımının başarıya ve matematiğe karşı tutuma etkisi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 22(3), 919-930.

Yıldırım, A. (1996). Disiplinlerarası öğretim kavramı ve programlar açısından doğurduğu sonuçlar. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12, 89-94.

### **Kaynak Gösterme**

Ceylan Oral, S. (2021). Asal sayıların öğretiminde alternatif bir materyal: Asal çarpan kartelâsı. *Araştırma Temelli Etkinlik Dergisi*, 11(2), 92-110. <https://www.ated.info.tr/ojs-3.2.1-3/index.php/ated/issue/view/22>

## Ek 1

## Materyal Değerlendirme Formu

	<b>Kesinlikle Hayır</b>	<b>Hayır</b>	<b>Kısmen</b>	<b>Evet</b>	<b>Kesinlikle Evet</b>
*Basit, sade ve anlaşılabilir mi?					
*Dersin hedef ve davranışlarına uygun mu?					
*Görsel özellikler materyalin önemli noktalarını vurgulamakta mı?					
*Öğrencinin gelişim ve öğrenim özelliklerine uygun mu?					
*Öğrenciye alıştırmaya ve uygulama olanağı sağlıyor mu?					
*Öğretmenler kadar öğrencilerin de kullanılabileceği düzeyde basit mi?					
*Gerektiğinde kolaylıkla geliştirilebilir ve güncelleştirilebilir mi?					

Ek 2

Öğrencilere Verilecek Haliyle Asal Çarpan Kartelası

<b>ASAL ÇARPAN KARTELÂSİ</b>									
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Ek 3

Tamamlanmış Asal Çarpan Kartelası

7 13 91	2 2 23 92	3 31 93	2 47 94	5 19 95	2 2 2 2 3 96	97 97	2 7 7 98	3 3 11 99	2 2 5 5 100
3 3 3 3 81	2 41 82	83 83	2 2 3 7 84	5 17 85	2 43 86	3 29 87	2 2 2 11 88	89 89	2 3 3 5 90
71 71	2 2 2 3 3 72	73 73	2 37 74	3 5 5 75	2 2 19 76	7 11 77	2 3 13 78	79 79	2 2 2 2 5 80
61 61	2 31 62	3 3 7 63	2 2 2 2 2 64	5 13 65	2 3 11 66	67 67	2 2 17 68	3 23 69	2 5 7 70
3 17 51	2 2 23 52	53 53	2 3 3 3 54	5 11 55	2 2 2 7 56	3 19 57	2 29 58	59 59	2 2 3 5 60
41 41	2 3 7 42	43 43	2 2 11 44	3 5 5 45	2 23 46	47 47	2 2 2 2 3 48	7 7 49	2 5 5 50
31 31	2 2 2 2 2 32	3 11 33	2 17 34	5 7 35	2 2 3 3 36	37 37	2 19 38	3 13 39	2 2 2 5 40
3 7 21	2 11 22	23 23	2 2 2 3 24	5 5 25	2 13 26	3 3 3 27	2 2 7 28	29 29	2 3 5 30
11 11	2 2 3 12	13 13	2 7 14	3 5 15	2 2 2 2 16	17 17	2 3 3 18	19 19	2 2 5 20
1 1	2 2	3 3	2 2 4	5 5	2 3 6	7 7	2 2 2 8	3 3 9	2 5 10

Ek 4

Asal Çarpanlarına Ayrılmış Asal Çarpan Kartelâsı

7 13 <b>91</b>	2 2 23 <b>92</b>	3 31 <b>93</b>	2 47 <b>94</b>	5 19 <b>95</b>	2 2 2 2 2 3 <b>96</b>	97 <b>97</b>	2 7 7 <b>98</b>	3 3 11 <b>99</b>	2 2 5 5 <b>100</b>
3 3 3 3 <b>81</b>	2 2 41 <b>82</b>	83 <b>83</b>	2 2 3 7 <b>84</b>	5 17 <b>85</b>	2 43 <b>86</b>	3 29 <b>87</b>	2 2 2 11 <b>88</b>	89 <b>89</b>	2 3 3 5 <b>90</b>
71 <b>71</b>	2 2 2 3 3 <b>72</b>	73 <b>73</b>	2 37 <b>74</b>	3 5 5 <b>75</b>	2 2 19 <b>76</b>	7 11 <b>77</b>	2 3 13 <b>78</b>	79 <b>79</b>	2 2 2 2 5 <b>80</b>
61 <b>61</b>	2 2 31 <b>62</b>	3 3 7 <b>63</b>	2 2 2 2 2 <b>64</b>	5 13 <b>65</b>	2 3 11 <b>66</b>	67 <b>67</b>	2 2 17 <b>68</b>	3 23 <b>69</b>	2 5 7 <b>70</b>
3 17 <b>51</b>	2 2 23 <b>52</b>	53 <b>53</b>	2 3 3 3 <b>54</b>	5 11 <b>55</b>	2 2 2 7 <b>56</b>	3 19 <b>57</b>	2 29 <b>58</b>	59 <b>59</b>	2 2 3 5 <b>60</b>
41 <b>41</b>	2 3 7 <b>42</b>	43 <b>43</b>	2 2 11 <b>44</b>	3 5 5 <b>45</b>	2 23 <b>46</b>	47 <b>47</b>	2 2 2 2 3 <b>48</b>	7 7 <b>49</b>	2 5 5 <b>50</b>
31 <b>31</b>	2 2 2 2 2 <b>32</b>	3 11 <b>33</b>	2 17 <b>34</b>	5 7 <b>35</b>	2 2 3 3 <b>36</b>	37 <b>37</b>	2 19 <b>38</b>	3 13 <b>39</b>	2 2 2 5 <b>40</b>
3 7 <b>21</b>	2 11 <b>22</b>	23 <b>23</b>	2 2 2 3 <b>24</b>	5 5 <b>25</b>	2 13 <b>26</b>	3 3 3 <b>27</b>	2 2 7 <b>28</b>	29 <b>29</b>	2 3 5 <b>30</b>
11 <b>11</b>	2 2 3 <b>12</b>	13 <b>13</b>	2 7 <b>14</b>	3 5 <b>15</b>	2 2 2 2 <b>16</b>	17 <b>17</b>	2 3 3 <b>18</b>	19 <b>19</b>	2 2 5 <b>20</b>
1 <b>1</b>	2 <b>2</b>	3 <b>3</b>	2 2 <b>4</b>	5 <b>5</b>	2 3 <b>6</b>	7 <b>7</b>	2 2 2 <b>8</b>	3 3 <b>9</b>	2 5 <b>10</b>

## Ek 5

## AÇK'nın Öğretiminde Kullanılabileceği Kavramlar, Kazanımlar ve Örnekleri

Öğretilen Kavram	Öğretim Programındaki Kazanım										
<p><b>Asal Sayı:</b> AÇK'da bir bölgeye ayrılmış sayılar asaldır ve diğer asallardan farklı bir renk ile gösterilir.</p> <p><b>Örnek:</b></p> <table border="1"> <tr> <td>43</td> <td>61</td> </tr> <tr> <td>43</td> <td>61</td> </tr> </table> <p>43 ve 61 sayıları materyalde tek bölge halindedir, çünkü kendilerinden başka asal çarpanları yoktur.</p>	43	61	43	61	<p><b>M.6.1.2.3.</b> Asal sayıları özellikleriyle belirler. Eratosthenes (Eratosten) kalburu yardımıyla 100'e kadar olan asal sayılar bulunur.</p>						
43	61										
43	61										
<p><b>Asal Çarpan:</b> AÇK asal olmayan sayıların asal çarpanları cinsinden yazılabildiğini sağlar.</p> <p><b>Örnek:</b></p> <table border="1"> <tr> <td>2</td> <td>2</td> <td>17</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>68</td> <td>84</td> </tr> </table> <p>68 ve 84 sayılarının asal çarpanları materyalde açık olarak görünmektedir.</p>	2	2	17	2	2	3	7	68	84	<p><b>M.8.1.1.1.</b> Bir pozitif tam sayının asal çarpanlarını bulmaya yönelik çalışmalara yer verilir.</p>	
2	2	17									
2	2	3	7								
68	84										
<p><b>Bölünebilme Kuralları:</b> Kartelyle çalışan bir öğrenci, sayıların 2'ye, 3'e, 5'e veya 7'ye bölünüp bölünmediğini görmek için bölünebilme kurallarını sürekli tekrar eder.</p> <p><b>Örnek:</b></p> <table border="1"> <tr> <td>90</td> <td>→</td> <td>2 3 3 5</td> <td>→</td> <td>2 3 3 5</td> </tr> <tr> <td>90</td> <td></td> <td>90</td> <td></td> <td>90</td> </tr> </table> <p>90'nın asal çarpanlarına ulaşmak ve uygun renklerle ifade etmek üzere çalışan bir öğrenci, sayının en küçük asal sayılar olan 2, 3 veya 5'e bölünüp bölünmediğini anlamak için sürekli olarak bölünebilme kurallarını tekrar edecektir.</p>	90	→	2 3 3 5	→	2 3 3 5	90		90		90	<p><b>M.6.1.2.2.</b> 2, 3, 4, 5, 6, 9 ve 10'a kalansız bölünebilme kurallarını açıklar ve kullanır.</p>
90	→	2 3 3 5	→	2 3 3 5							
90		90		90							
<p><b>Çarpanlar:</b> Söz konusu sayıların herhangi bir çarpanını açık şekilde görmeye yardımcı olur.</p> <p><b>Örnek:</b></p> <table border="1"> <tr> <td>2</td> <td>3</td> <td>13</td> </tr> <tr> <td>78</td> </tr> </table> <p>78 sayısı 2'ye, 3'e, 13'e ve ayrıca 6 (2x3)'ya, 26 (2x13)'ya, 39 (3x13)'a ve 78 (2x3x13)'e tam bölünür.</p>	2	3	13	78	<p><b>M.8.1.1.1.</b> Verilen pozitif tam sayıların pozitif tam sayı çarpanlarını bulur, pozitif tam sayıların pozitif tam sayı çarpanlarını üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazar.</p>						
2	3	13									
78											
<p><b>En Büyük Ortak Bölen (EBOB):</b> Seçilen herhangi iki sayının EBOB'u bulunabilir.</p>	<p><b>M.8.1.1.2.</b> İki doğal sayının en büyük ortak bölenini (EBOB) ve en küçük ortak katını (EKOK) hesaplar.</p>										

**Örnek:**

2	2	2	3	2	2	3	3
<b>24</b>				<b>36</b>			

24 ve 36'nın ortak bölenlerinin en büyüğü, yani En Büyük Ortak Böleni (EBOB'u) 12 ( $2 \times 2 \times 3$ )'tür. Yani iki sayıda da yer alan ortak renkleri temsil eden sayıların çarpımıdır.

**En Küçük Ortak Kat (EKOK):** 1'den 100'e kadar sayıların EKOK'u bulunabilir.

**M.8.1.1.2.** İki doğal sayının en büyük ortak bölenini (EBOB) ve en küçük ortak katını (EKOK) hesaplar.

**Örnek:**

2	2	5	2	3	5
<b>20</b>			<b>30</b>		

20 ve 30'un ortak katlarının en büyüğünü bulmak isteyen bir öğrenci, ilk olarak 20 ve 30'un her ikisinde de yer alan renkleri bulur. Bu renkler söz konusu sayılar için, sarı ve turuncudur (2 ve 5.  $2 \times 5 = 10$  bu sayıların En Büyük Ortak Böleni'dir). Ardından, herhangi bir sayıdaki sarı ve turuncu renk kapatılarak, geriye kalan tüm sayılar çarpılır. Dolayısıyla  $EKOK(20, 30) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$ 'tır.

**Aralarında Asal Sayılar:** Aralarında asal sayıların 1'den başka ortak böleni yoktur. Ortak bölenin ortak renk olduğu düşünülürse, AÇK'de ortak rengi olmayan sayılar aralarında asaldır.

**M.8.1.1.3.** Verilen iki doğal sayının aralarında asal olup olmadığını belirler.

**Örnek:**

- Ardışık sayılar aralarında asaldır.

2	19	3	13
<b>38</b>		<b>39</b>	

38 ve 39 sayılarının hiçbir ortak renkleri yoktur. Ortak rengin olmaması ortak çarpanın olmaması demektir ve bu sayılar aralarında asaldır.

- 1 bütün sayılarla aralarında asaldır.

1	2	3	13
<b>1</b>	<b>78</b>		

1 sayısına ait olan beyaz renk, kartelada başka bir sayıda yoktur. Dolayısıyla 1 bütün sayılarla aralarında asaldır.

- Asal sayılar aralarında asaldırlar.

29	89
<b>29</b>	<b>89</b>

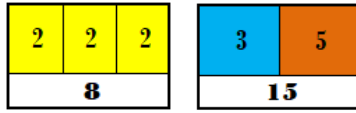
Her bir asal sayı farklı bir renk ile temsil edildiğinden ortak renkleri olması beklenemez. Bu tüm asal sayıların birbirleri ile aralarında asal olduklarını gösterir.

- Aralarında Asal Sayıların EBOB'ları 1'dir.

2	2	2	3	5
<b>8</b>			<b>15</b>	

8 ve 15'in ortak renkleri EBOB'larını ifade ediyordu. Hiç bir ortak rengi olmayan sayılar aralarında asaldır dolayısıyla bu sayıların 1'den başka ortak böleni olmadığı da açıktır.

- Aralarında Asal Sayıların EKOK'ları bu sayıların birbiri ile çarpımlarıyla bulunur.



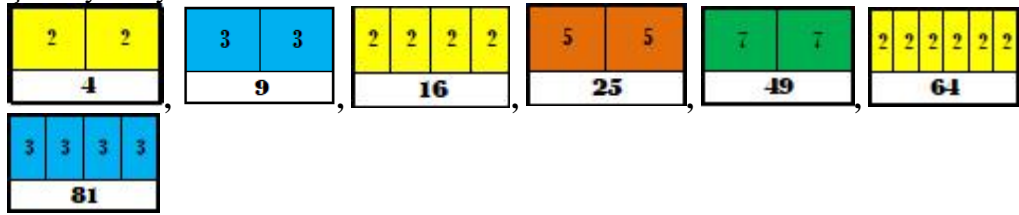
8 ve 15 sayılarının hiçbir ortak rengi olmadığından, en küçük ortak katlarının bulunması için atılacak ortak bir renk de olamayacak ve böylece EKOK için sayıların tüm çarpanları yani, kendileri birbiriyle çarpılacaktır. EKOK (8,15)= 120

**Tam Kare Sayılar:** 1'den 100'e kadar tam kare sayıları doğrudan görmeyi sağlar.

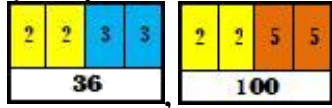
**M.8.1.3.1.** Tam kare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirler.

**Örnek:**

Çift sayıda aynı renk olanlar



Çift sayıda farklı renk olanlar

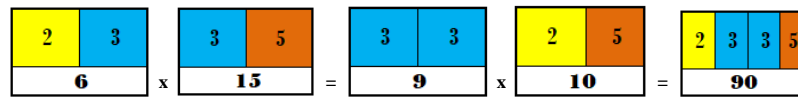


**Kavramsal Çarpma:** Çarpma işlemi yaparken öğrenciler işlemin daha kolay yapılabilmesi için çarpanlar arasında yer değişiklikleri yapabilir.

**M.5.1.2.7.** Doğal sayılarla zihinden çarpma ve bölme işlemlerinde uygun stratejiyi belirler ve kullanır.

**Örnek:**

6x15 işlemi için öğrenci şöyle bir yol izleyebilir.



**Sadeleştirme:** Kesirlerde sadeleştirme işlemi yaparken Asal Çarpan Kartelasından ortak çarpanların görülmesi için kullanılabilir.

**M.5.1.3.4.** Sadeleştirme ve genişletmenin kesrin değerini değiştirmeyeceğini anlar ve bir kesre denk olan kesirler oluşturur.

**Örnek:**

