

TAM SAYILARLA ÇIKARMA İŞLEMİNİN FARK ANLAMINA DAYALI BİR ETKİNLİK ÖRNEĞİ¹

Ali Bozkurt², Mehmet Güzel³, Sengül Değirmen⁴

ÖZ

Bu çalışmada, tam sayılarla çıkarma işleminin fark anlamına uygun olarak hazırlanmış bir etkinliğin tasarımı, uygulama ve değerlendirme süreçleri sunulmuştur. Bu kapsamda tam sayılarla çıkarma işleminde sonuç ve sonucun işaretinin bulunması öğrenme nesnesi olarak belirlenmiştir. Etkinlik sayı doğrusu modeli kullanılarak tasarlanmıştır. Tam sayılarla çıkarma işleminde eksilen ve çıkanın, işaret ve büyüklüklerine göre karşılaşılabilecek dört farklı durum belirlenmiştir. Tasarlanan etkinlikte öğrencilerin her bir durum için öncelikle uygulama yapmaları ve daha sonra ulaştıkları sonuçları genellemeleri beklenmektedir. Etkinlik uygulamasına 27 ortaokul 7. sınıf öğrencisi katılmıştır. Uygulamadan toplanan verilerin analizi sonucunda, çıkarma işleminin fark anlamına uygun olarak hazırlanan etkinliğin, tam sayılarla çıkarma işleminde doğru sonucu bulmada etkili olduğu tespit edilmiştir.

Anahtar kelimeler: tam sayılar, çıkarma işlemi, sayı doğrusu modeli.

AN EXAMPLE TEACHING ACTIVITY BASED ON THE COMPARISON MEANING OF THE SUBTRACTION OF INTEGERS

ABSTRACT

This paper reports on the design, implementation, and evaluation processes of an activity that focused on the comparison meaning of the subtraction of integers and included the number line model as the primary representation. Finding the answer and determining the sign of the answer in the subtraction questions were targeted as the learning objectives. Four different situations that can be encountered in the subtraction questions were determined considering the magnitude and sign of minuend and subtrahend. Through the designed activity, it is expected that the students work on example questions first and then make generalizations by reflecting on the questions they solve. The activity was implemented in an elementary school with the participation of 27 seventh grade students. The analysis of the implementation process revealed that the activity was effective in supporting the students' performance of finding the difference and the sign of the difference when subtracting integers.

Keywords: integers, subtraction, the number line model.

Makale Hakkında:

Gönderim Tarihi: 08.10.2021

Kabul Tarihi: 04.04.2022

Elektronik Yayın Tarihi: 30.04.2022

¹Çalışma için gerekli etik kurul izni Gaziantep Üniversitesi Etik Kurulundan 29.12.2021 tarih ve 131285 sayılı belge ile alınmıştır.

²Prof. Dr., Gaziantep Üniversitesi, Gaziantep Eğitim Fakültesi, alibzkrt@gmail.com, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0176-4497>

³Dr., Sani Konukoğlu Ortaokulu, Gaziantep/Türkiye, mmtgzl1@gmail.com, ORCID:<https://orcid.org/0000-0003-1551-9641>

⁴Öğretmen, Havutlu Bedii Topçu Ortaokulu, Gaziantep/Türkiye, tezcan.gulsen2013@gmail.com, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3815-4382>

GİRİŞ

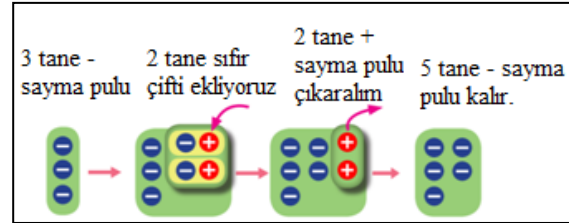
Tam sayılar; yönlü sayılar, negatif sayılar, mutlak değer, bağıl sıfır gibi kavramsal çeşitlilikler içeren bir konu olması nedeni ile öğrencilerin öğrenmekte güçlük çektikleri konuların başında gelmektedir (Van De Walle vd., 2013). Ayrıca negatif sayıları anlamlandırmanın pozitif sayıları anlamlandırmaktan daha güç olduğu ifade edilmektedir (Fischer, 2003; Kilhamn, 2011). Kilhamn'a (2011) göre bunun nedeni öğrencilerin, negatif tam sayılarla karşılaştıklarında, pozitif tam sayılar bağlamında sezgisel olarak anlamlandırdıkları sayı kavramını, formel matematiksel hale getirmek zorunda kalmalarıdır. Dolayısıyla öğrenciler için tam sayılarla işlem yapmak da zor bir görev haline gelmektedir.

Makonye ve Fakude (2016), öğrencilerin tam sayılarla çıkarma işleminde çeşitli zorluklarla karşılaştıklarını ve bu zorlukların çoğunlukla küçük sayıdan büyük sayı çıkarılamayacağına dair algıdan kaynaklandığını ifade etmektedir. Çıkarma işlemi, yaygın kullanılan iki anlama sahiptir. Bunlardan birincisi bir grup nesneden bir kısmı ayrıldığında geriye kalan anlamıdır. İkincisi ise iki sayı arasındaki fark veya uzaklık anlamlarıdır (Murdiyani vd., 2013). Türkiye'de matematik öğretim programları gereği çıkarma işlemi formel öğretim sürecinin ilk 6 yılı boyunca doğal sayılarla sınırlı kalınarak yapılmaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı, 2018). Bu süreçte doğal sayılarla yapılan çıkarma işlemlerinde de (olması gerektiği gibi) yalnızca sonucun pozitif çıktığı durumlar incelendiğinden çıkarma işleminin "fark" anlamı geri planda kalabilmektedir (Tezcan vd., 2018). Ancak tam sayılarla çıkarma işleminde hem eksilenin çıkandan hem de çıkanın eksilenden büyük olduğu durumlar incelenmektedir. Özellikle eksilenin çıkandan küçük olduğu durumlar incelenirken çıkarma işleminin fark anlamına ihtiyaç duyulmaktadır.

Tam sayılarla çıkarma işlemine ilişkin yapılan çalışmaların birçoğunda, öğrencilerin alışık oldukları bağlamların kullanılması ve gerçek hayatla ilişkilendirmenin onların negatif sayıları ve çıkarma işlemini anlamlandırmalarında yardımcı olacağını ifade edilmektedir (örneğin, Stephan vd., 2003). Tam sayıların öğretiminde sıklıkla *sayı doğrusu* modeli kullanılmaktadır (Stephan & Akyüz,

2012). Sayı doğrusu modeli negatif sembolün ifade ettiği tüm anlamları barındırdığı için yaygın kullanılan bir modeldir. Bu model sayma sayıları ile başlayıp doğal sayılar, kesirler, doğal sayıları yuvarlama, tam sayılar, rasyonel sayılar gibi farklı birçok konuda kullanılması nedeni ile önem arz etmektedir. Güncel ders kitaplarında yer alan sayı doğrusu modelinin yanında tamsayılarla işlemlerin sonucunun işaretini belirlemek için '*borcundan kurtulma, düşmanın düşmanı dostumdur, tersin tersi düzdür*' gibi benzetmeler de yapılmaktadır (Boz Yaman, 2019).

Ders kitaplarında tam sayılarla işlemlerin öğretiminde kullanılan diğer bir araç ise sayma pullarıdır (Bozkurt & Polat, 2011). Şekil 1'de sayma pullarından yararlanılarak yapılan bir çıkarma işlemi verilmiştir.



Şekil 1. Tam Sayılarla Çıkarma İşlemi Örneği $((-3) - (+2))$ (Boz Yaman, 2019, s.30)

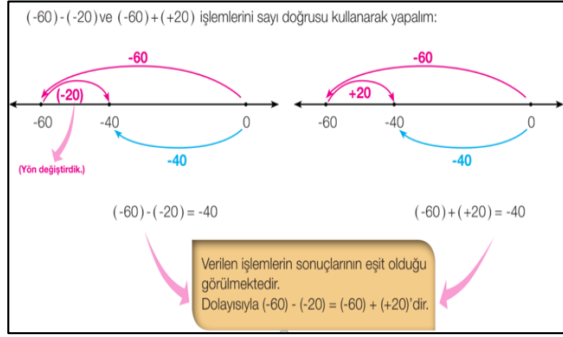
Şekil 1'de 3 tane - puldan (-3'ü temsilen) çıkarılabilecek iki tane + pul (+2'yi temsilen) gerekmektedir. Bunun için 2 tane + pulu barındıran 2 adet sıfır çifti kutuya eklenmektedir. Burada bir + pul bir de - pul bir arada kullanılırsa sıfır çiftini oluşturmaktadır. Son durumda kutuda 5 tane - pul, 2 tane + pul olur. Kutudan 2 tane + pul çıkarıldığında 5 tane - pul kalmaktadır. Burada +2 çıkarmak için -2 eklendiğine dikkat ediniz. Yapılan işlem:

$$(-3) - (+2) = (-3) + (-2) = -5$$

olarak ifade edilebilir.

Şekil 1'de sayma pulları ile modellenen işlem "Tam sayılarla çıkarma işlemi, eksileni çıkanın ters işaretlisi ile toplamaktır." önermesini açıklamada yeterli iken sayı doğrusu üzerinde modellenmesinin açıklaması kafa karıştırıcı hale gelebilmektedir. Bu soruna doğal sayılardaki çıkarma işleminin eksiltme (fark, azaltma) anlamını tam sayılarla devam ettirerek çıkarma işleminin sayı doğrusu üzerinde modellenmesi yapılarak çözüm bulunmaya çalışılmıştır. Ancak ders kitaplarında verilen sayı doğrusu modellerinin de çıkarma işleminin

“çıkan sayının toplamaya göre tersi ile toplama” varsayımına göre verildiği görülmektedir. Şekil 2’de Boz Yaman’da (2019, s.32) çıkarma işlemi için verilen sayı doğrusu modellemesi verilmiştir:

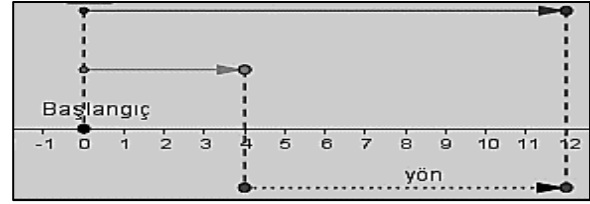


Şekil 2. Çıkarma İşleminin Sayı Doğrusunda Modellenmesi

Şekil 2’de verilen sayı doğrusu modeli “-20 tam sayısını çıkarmak +20 tam sayısını eklemektir.” varsayımına göre modellenmiştir. Burada çıkarma işleminin anlamı üzerine düşünelim. $a - b = c$ işlemi, $b + c = a$ işlemi ile eşdeğerdir. Yani a ’dan b ’yi çıkarmak demek b ’ye ne eklersem sayı doğrusu üzerinde a ’ya ulaşırım.” sorusuna cevap vermektir. Bu fikir sayma pullarında sıfır çiftinden yararlanılarak modellenmesinden farklıdır. Bu çalışma kapsamında hazırlanan etkinlikte bu fikirden yola çıkılarak sayı doğrusu modelleri oluşturulmuştur.

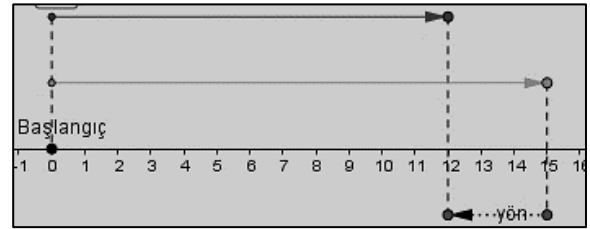
ETKİNLİĞİN TASARLANMASI

Bu çalışma kapsamında tasarlanan etkinlikte tam sayılarla çıkarma işlemi, *fark* kavramına bağlı kalınarak, yeni bir model ile gösterilmektedir. Yakes (2017), fark anlamına göre sayı doğrusu ile yapılan modellemenin öğrencilerin önceki öğrenmeleriyle tutarlı olduğunu belirtmektedir. Buradaki modeller öğrencilerin daha önce öğrendiği doğal sayılarda işlemler konusunu modelleme şekliyle tutarlılık göstermektedir. Bunun için etkinlikte öncelikle iki pozitif sayı, ardından iki negatif sayı, son olarak da bir pozitif bir negatif sayı ile yapılan çıkarma işlemleri kullanılmıştır. Böylelikle eksilen ve çıkan tam sayılara dair olası tüm durumlar üzerinden modelleme yapılmıştır. Şekil 3’te iki pozitif tam sayıdan çıkan sayının eksilen sayıdan küçük olduğu durum kullanılmıştır.



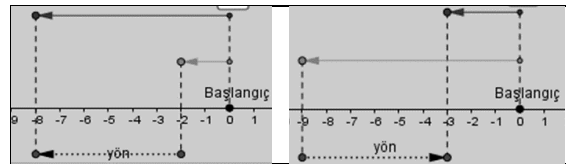
Şekil 3. Eksilenin Çıkandan Büyük Olduğu İki Pozitif Tam Sayıyla Çıkarma İşlemi ((+12) - (+4) = ?)

Şekil 3’te eksilen (+12) ve çıkanın (+4) sayı doğrusu üzerindeki yerleri belirlenir. Aradaki fark belirlenerek (Aradaki fark 8 birimdir.) sonucun yönü çıkan sayıdan eksilen sayıya doğru olan yön kabul edilir. Dolayısıyla cevap +8 olarak bulunur. Şekil 4’te iki pozitif tam sayıdan çıkan sayının eksilen sayıdan büyük olduğu durum incelenmiştir.



Şekil 4. Eksilenin Çıkandan Küçük Olduğu İki Pozitif Tam Sayıyla Çıkarma İşlemi ((+12) - (+15) = ?)

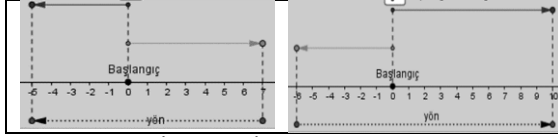
Şekil 4’te eksilen (+12) ve çıkan (+15) arasındaki fark 3 birimdir. Yön belirlerken Şekil 3’te olduğu gibi çıkan sayıdan eksilen sayıya doğru yöneldiğimizde negatif tarafa hareket etmemiz gerektiğinden cevabı -3 olarak bulunur. İki negatif tam sayı ile çıkarma işleminin sayı doğrusunda modellenmesi Şekil 5’te gösterilmiştir:



Şekil 5. İki Negatif Tam Sayıyla Çıkarma İşlemleri ((-8) - (-2) = ?; (-3) - (-9) = ?)

Şekil 5’te sol taraftaki soruda $(-8) - (-2)$ işleminin sonucuna ulaşabilmek için soruda geçen tam sayıların yerleri sayı doğrusunda belirlendiğinde arada kalan mesafenin 6 birim olduğu görülür. Sayının yönünü belirlemede yine çıkan sayıdan eksilen sayıya doğru hareket edildiğinde negatife yöneldiğimizden cevabın -6 olduğu belirlenir. Sağ tarafta yer alan

$(-3) - (-9)$ sorusunun cevabı için aynı şekilde ilerlenirse de cevabın pozitif yönlü 6 birim olduğu açıkça görülmektedir. Şekil 6'da ise zıt işaretli tam sayılarla çıkarma işleminin modellenmesine yer verilmiştir:



Şekil 6. Zıt İşaretli İki Tam Sayıyla Çıkarma İşlemleri($(-5) - (+7) = ?$; $(+10) - (-6) = ?$)

Zıt işaretli tam sayılarla çıkarma işleminin modellenmesini yaparken çıkarma işleminin fark anlamına bağlı kaldığında ilk olarak tam sayıların sayı doğrusundaki yerleri belirlenip aradaki uzunluk hesaplanmalı ve ardından çıkan sayıdan eksilen sayıya doğru yönelerek sonucun işareti belirlenmelidir. Böylece Şekil 6'da sol taraftaki şekilde $(-5) - (+7)$ işleminin sonucu negatif yönlü 12 br olarak belirlenir. Şekil 6'da sağ taraftaki soruda $(+10) - (-6)$ sorusunun cevabı ise pozitif yönlü 16 br olarak bulunur.

Bu çalışmada öğrencinin çıkarma işlemine dair doğal sayılarla işlemlere ilişkin ön bilgileri ile tam sayılarla çıkarma işlemini yapabileceği bir sayı doğrusu modeli kullanmaları fikri ön plana çıkarılmıştır. Sayı doğrusu üzerinde eksilen sayı ile çıkan sayı arasındaki uzaklığın hesaplanmasına odaklanılacak şekilde model oluşturulmuştur. Bu kapsamda öğrencilere uygulanacak olan etkinliğin ilk hali, çıkarma işleminin yukarıda bahsedilen kavramsal zenginliği düşünülerek araştırmacılar tarafından tasarlanmıştır. Daha sonra bu etkinlik metni 26 ortaokul matematik öğretmenine verilmiş ve etkinlik ile ilgili yorum ve eleştirilerini yazmaları istenmiştir. Öğretmenlere yeni model ile kitaptaki model arasındaki fark anlatılarak görüşleri yazılı olarak alınmıştır. Öğretmenlerin genellikle olumlu dönütler verdikleri görülmüş olup eksik gördükleri noktalar araştırmacılar tarafından değerlendirilerek uygun bulunan noktalarda etkinlik revize edilmiştir. Öğretmenler etkinliğin tamsayılarla çıkarma işleminin mantığını vermede yeterli olduğunu dile getirmişlerdir. Öğretmenlerden biri düşüncesini şöyle ifade etmiştir: “Bence gayet yeterli. Daha somut bir şekilde gösterildiği için öğrenciler daha iyi kavrar. Ayrıca ilkökul mantığından yola çıkılarak anlatılması ortaokul öğrencileri için daha iyi olur diye düşünüyorum.” Diğer bir öğretmen ise şu

ifadeyi kullanmıştır: “Eğer öğrenci tam sayıların sayı doğrusundaki yerini (+) veya (-) yönleri hareketini, sayıların büyük küçük karşılaştırmasını biliyorsa bu model çıkarma işleminin kavranması için çok uygun ve yeterli.”

Öğretmen görüşleri doğrultusunda revize edilen etkinlik pilot uygulama bağlamında gönüllü bir öğrenci grubuna uygulanmıştır. Öğrencilerin hazırlanan etkinlikteki yönergeleri takip ederek tam sayılarla çıkarma işlemine dair bir genellemeye ulaşip ulaşamadıkları gözlemlenmiştir. Yapılan uygulamada öğrencilerin etkinlik sonunda beklenen genellemeye ulaşmalar da etkinliği takip etmekte zorlandıkları görülmüş olup etkinliğin her bir bölümüne alfabetik sıra ile harfler verilerek son hali verilmiştir. Ayrıca bu etkinliğin 28-33 dakika arasında bir süre içerisinde tamamlanabildiği görülmüş olup etkinliğin sınıf uygulaması için bir ders saatinin ayrılması planlanmıştır.

ETKİNLİĞİN UYGULANMASI

Etkinlik, 2021-2022 eğitim öğretim yılı güz döneminde araştırmacılarından birinin sınıfında uygulanmıştır. Çalışma için gerekli etik kurul izni Gaziantep Üniversitesi Etik Kurulundan alınmıştır (Tarih: 29.12.2021, belge no: 131285). Etkinlik uygulanmaya başlanmadan önce öğrencilerden veli izin belgeleri istenmiş bu belgeler toplandıktan sonra öğrencilere etkinliğe katılmak istemeyen varsa katılmayabileceği hatırlatılmıştır. Etkinlik uygulamasına 27 ortaokul yedinci sınıf öğrencisi katılmıştır. Etkinlik uygulamasının yapıldığı sınıfta öğrenciler daha önce okulda tam sayılarla çıkarma işlemi yapmamışlardır. Etkinliğe başlamadan önce öğretmen, doğal sayılar üzerinden *eksilen*, *çıkan* ve *fark* kavramlarını hatırlatmış ve bir örnekle pekiştirmiştir.

Etkinliğin giriş kısmında öğretmen, öğrencilerine etkinlikle tam sayılarla çıkarma işlemi yaparken kullanabilecekleri bir genellemeye varmaya çalışacaklarını ifade etmiştir. Ardından etkinlik metninin yer aldığı form (Ek 1) her öğrenciye birer tane olmak üzere dağıtılmıştır. Öğretmen etkinlik metninde yer verilen yönergeleri sesli bir şekilde okumuş ve açıklamıştır. Etkinlikte yer verilen yönergeler doğrultusunda tahtada örnek bir

uygulama yapılarak yönergelerin anlaşıldığından emin olunmuştur. Ancak yapılan bu örnek uygulama yönergelerin anlaşılması amacı ile yapılmış olup etkinliğin hedeflediği matematiksel çıktı ifşa edilmemiştir. Etkinlikte ön bilgilerin kontrolü, bağlam ve ürün hakkında bilgilendirme ve etkinlik metninin paylaşılması aşamaları toplamda 5 dakika sürmüştür.

Etkinliğin giriş aşamasından sonra öğretmen öğrencilerden bireysel olarak etkinlikte yer alan “a” ve “b” bölümlerinde verilen yönergeler doğrultusunda uygun işlemleri yapmalarını ve devamında yer alan soruya cevap yazmalarını istemiştir. Öğretmen, bu noktada anlaşılmayan bir yer olup olmadığını sormuş ve öğrencilerden yönergelerle ilgili gelen sorulara cevap vererek çalışmayı başlatmıştır. Bu aşamada bireysel olarak bazı öğrencilerden yönergelerde anlamadıkları yerlere dair gelen sorulara öğretmen, aralarda dolaşarak cevap vermiştir. Etkinliğin birinci bölümünde öğrenciler bireysel çalışarak etkinliğin “a” ve “b” yönergelerini tamamlamışlardır. Bu bölüm yaklaşık 8 dakika sürmüştür.

Etkinliğin ilk yönergesi (a) “*Büyük olanı eksilen, küçük olanı çıkan sayı olacak şekilde aynı işaretli iki tam sayı alınız.*” şeklindedir. Etkinliğin giriş kısmında açıklandığı üzere öğrencilerin bu sayıları sayı doğrusunda göstermeleri, sayı doğrusu üzerinde bu sayıları temsil eden noktaların arasındaki uzunluğun kaç birim olduğunu bulmaları ve çıkan sayıyı gösteren noktadan eksilen sayıyı gösteren noktaya gitmek için hangi yönde gitmek gerektiğini ifade etmeleri gerekmektedir.

Etkinliğin ikinci yönergesi (b) “*Büyük olanı eksilen, küçük olanı çıkan sayı olacak şekilde zıt işaretli iki tam sayı alınız.*” şeklindedir. Etkinliğin giriş kısmında açıklandığı üzere öğrencilerin bu sayıları sayı doğrusunda göstermeleri, sayı doğrusu üzerinde bu sayıları temsil eden noktaların arasındaki uzunluğun kaç birim olduğunu bulmaları ve çıkan sayıyı gösteren noktadan eksilen sayıyı gösteren noktaya gitmek için hangi yönde gitmek gerektiğini ifade etmeleri gerekmektedir.

Öğretmen, öğrencilerden yapacakları sınıf tartışmasının sonunda cevap kâğıdında yazdıklarını değiştirmemelerini isteyerek sınıf tartışmasına geçmiştir. Öğretmen,

öğrencilerden seçtikleri sayıları ve ulaştıkları sonuçları paylaşmalarını isteyerek tüm sınıf tartışması şeklinde etkinliğe devam etmiştir. Bu esnada öğretmen tahtada bir sayı doğrusu modeli çizmiş ve öğrencilerden seçtikleri sayıları söylemelerini istemiştir. Öğrenciler seçtikleri sayıları söylemiş, öğretmen ise bu sayıları sayı doğrusu üzerinde göstererek aralarındaki farkı ve çıkandan eksilene gidildiğinde gidilen yönü sorarak öğrencilerden cevap almıştır. İki öğrenciden cevaplarını aldıktan sonra “b” yönergesi için de aynı süreci tekrar etmiştir. Daha sonra öğretmen “Sıradakini okuyalım (G1 yönergesini okuyarak) neyi fark ettiniz? Yazın bakalım.” diyerek öğrencilerin G1 “*Bulduğunuz farkların işaretlerini sınıf arkadaşlarınızın bulduğu işaretle karşılaştırınız.Neyi fark ettiniz?*” yönergesini cevaplamalarını istemiştir. Bir süre sonra öğrencilerle (Ö ile kodlanmıştır, kullanılan isimler takmadır) şöyle bir diyalog gerçekleşmiştir:

Öğretmen (T): Ne buldunuz?

Ö (toplu halde): Artı (+)

T: Herkes artı mı buldu?

Ö: Eeee!

T: Hmmm..

Bu esnada bir öğrenci negatif bulduğunu iddia edince öğretmen ve öğrenciler arasında şu diyalog yaşanmıştır:

Ö1: Hocam ben “a”da negatif buldum.

T: Eksilen ve çıkan sayıyı söyle.

Ö1: Hocam eksileni +7, çıkan da +3.

T: (sayı doğrusu modeli üzerinde göstererek) eksilen +7, çıkan +3.

Ö1: 4 birim oluyor arası.

T: Çıkandan eksilene git şimdi.

Ö2: Artıya gidiyorsun.

Ö1: Aaa ben şeyden düşündüm, eksilenden çıkana.

Bu sırada başka bir öğrenci daha sonucu negatif bulduğunu iddia edince öğretmen, önceki örnekteki gibi tahtada yazarak öğrencinin hatasını fark etmesini sağlamıştır. Tüm sınıf tartışması bu aşamada 8 dakika sürmüştür.

Daha sonra öğretmen “O halde etkinliğin ikinci aşamasına geçelim.” diyerek etkinliği tekrar bireysel çalışma olacak şekilde devam ettirmiştir. Öğretmen ikinci bireysel çalışma safhasında yine aralarda gezerek öğrencilerden gelen sorularla ilgili açıklamalar yapmıştır. Bu aşamada öğrenciler ilk dakikadan itibaren cevap vermek istese de öğretmen, bu öğrencilere cevaplarını kontrol etmelerini ve beklemelerini

tavsiye etmiştir. Yaklaşık 4 dakika sonra öğrencilerin çalışmalarını bitirdiklerini gözlemleyen öğretmen, “Cevapları alalım.” diyerek bu aşamayı bitirmiştir.

Etkinliğin dördüncü yönergesi (c) “*Küçük olanı eksilen, büyük olanı çıkan sayı olacak şekilde aynı işaretle iki tam sayı alınız.*” şeklindedir. Etkinliğin giriş kısmında açıklandığı üzere öğrencilerin bu sayıları sayı doğrusunda göstermeleri, sayı doğrusu üzerinde bu sayıları temsil eden noktaların arasındaki uzunluğun kaç birim olduğunu bulmaları ve çıkan sayıyı gösteren noktadan eksilen sayıyı gösteren noktaya gitmek için hangi yönde gitmek gerektiğini ifade etmeleri gerekmektedir.

Etkinliğin beşinci yönergesi (d) “*Küçük olanı eksilen, büyük olanı çıkan sayı olacak şekilde zıt işaretli iki tam sayı alınız.*” şeklindedir. Etkinliğin giriş kısmında açıklandığı üzere öğrencilerin bu sayıları sayı doğrusunda göstermeleri, sayı doğrusu üzerinde bu sayıları temsil eden noktaların arasındaki uzunluğun kaç birim olduğunu bulmaları ve çıkan sayıyı gösteren noktadan eksilen sayıyı gösteren noktaya gitmek için hangi yönde gitmek gerektiğini ifade etmeleri gerekmektedir.

Etkinliğin c ve d yönergeleri, bireysel olarak cevaplandıktan sonra a ve b yönergelerinden G1’e geçişteki sürecin bir benzeri yürütülmüş ve örnek öğrenci cevapları paylaşılmıştır. Etkinliğin beşinci yönergesi (G2) c ve d yönergelerinde yapılan işlemlerin karşılaştırılması ve genellemeye varılmasına dair, G1 yönergesi ile aynıdır.

Öğrenciler G2 yönergesini cevapladıktan sonra öğretmen yönergeyi okuyarak aşağıdaki sınıf tartışmasını başlatmıştır:

T: Ne fark ettiniz? Sibel?

Ö3: Hocam hepsi negatif.

T: Tamam, Derya’yı dinleyelim.

Ö4: Hocam şimdi a ve b’de diyor ki büyük olan eksilen küçük olan fark diye, c ve d’de de diyor ki büyük olan çıkan küçük olan eksilen; yani biz pozitif çıkmasını istiyorsak büyük olanı eksilen seçmeliyiz, negatif çıkmasını istiyorsak büyük olanı çıkan seçmeliyiz.

Ö5: Hocam ben de aynısını söyleyecektim.

T: Zilan da aynısını düşünüyor, Anladınız mı Derya’nın ne dediğini? Katılıyor musunuz?

Ö(toplu): Evet...

Daha sonra aksini bulan var mı diye soran öğretmen, olmadığını görünce son yönergeye geçmiştir.

Öğrencilerden bireysel olarak son soruya cevap vermelerini isteyen öğretmen, öğrencilere düşünmeleri için süre verdikten sonra öğrencilerden ulaştıkları genellemeleri açıklamalarını istemiştir. Etkinliğin son yönergesi (G3) etkinlik boyunca yapılan işlemlerin ve genellemelerin bir sonucu olarak: “*Buna göre tam sayılarla çıkarma işleminde fark ve farkın işaretinin bulunmasına dair nasıl bir genellemeye gidilebilir?*” şeklindedir.

Bu aşamadan sonra öğrencilerden cevaplarını alarak diğer öğrencilerden gelen fikirleri değerlendirmelerini isteyen öğretmen, sınıf tartışması ile etkinliği sonlandırmıştır. Bu esnada yaşanan örnek bir diyalog şöyledir:

Ö7: Hocam eksilen büyük çıkan küçükse hepsi pozitif yönde gidiyor ama eksilen küçük çıkan büyükse negatif yönde gidiyor.

T: Bu farkın işareti değil mi?

Ö7: Evet.

T: Peki, bir de fark diyor, farkla ilgili ne söyleyebiliriz?

Ö4: Hocam bence bu yönüne bağlı yani negatif ve pozitive göre gidersek ona bağlı.

T: Farkın işaretine karar verdiniz zaten ama fark diyor yönergede farkın kendisi nasıl oluyor?

Ö4: Hocam arasındaki birim sayısı...

Ö8: Aradaki birim kadar hocam.

Etkinliğin sonunda, “Sormak istediğiniz bir şey var mı? Ve ikna olmadığınız bir nokta var mı?” sorularını soran öğretmen öğrencilerden toplu bir şekilde gelen “Hayır” cevabı ile etkinliği sonlandırmıştır.

ETKİNLİĞİN DEĞERLENDİRİLMESİ

Tam sayılarla çıkarma işleminde çıkarma işleminin fark anlamından yola çıkılarak oluşturulan etkinliğin uygulaması esnasında öğrencilerin son derece motive olmuş bir şekilde etkinliğe katıldıkları ve etkinliğin sonuna kadar herhangi bir müdahale olmaksızın etkinlikle uğraştıkları görülmüştür. Sınıf tartışmaları esnasında da fikirlerini paylaşma ve arkadaşlarının fikirlerini eleştirme anlamında tartışmaya katılmaya istekli görünmüşlerdir. Ayrıca gerek ayrılan süre gerekse de gelen doğru cevap sayılarına bakıldığında

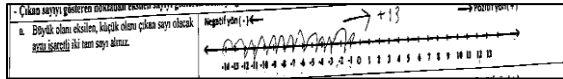
öğrencilerin etkinliğin ilk bölümünde yönergeleri takip etmekte zorlandıkları ancak ikinci bölümde daha rahat ilerledikleri söylenebilir. Etkinlik yönergelerinin her biri için öğrenci cevaplarının değerlendirilmesi sonucu ortaya çıkan bulgular ise aşağıda detaylandırılmıştır.

Etkinlik uygulaması bittikten sonra öğrencilerin etkinlik kâğıtları toplanmış ve araştırmacılar tarafından doğru olup olmadıkları yönünden analiz edilmiştir. Etkinliğin ilk yönergesine (a) verilen cevaplar incelendiğinde 18 öğrencinin (%68) doğru cevap verdiği görülmüştür. Doğru cevaplarda alınan iki sayıdan eksilenin büyük olması, sayıların işaretlerinin aynı olması, sayı doğrusu üzerinde gösterimin ve işlemin sonucunun ve sonucun işaretinin doğru olması şartı aranmıştır. Örneğin Şekil 7’de verilen Ö12’nin cevabı doğru cevaba örnek olarak gösterilebilir.



Şekil 7. Ö12’nin A Yönergesine Cevabı

Ö20, işlemleri yalnızca sayı doğrusu üzerinde yaptığı, eksilen ve çıkan açıkça yazmadığı için cevabı kısmen doğru kabul edilmiştir (Şekil 8). Verilen şartlara uygun sayılar seçmeyen veya seçtiği sayılarla işlemleri hatalı yapanların cevapları ise yanlış kabul edilmiştir (Şekil 9).

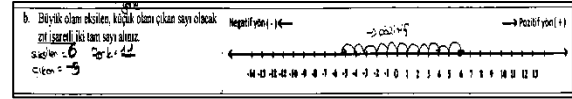


Şekil 8. Ö20’nin A Yönergesine Cevabı



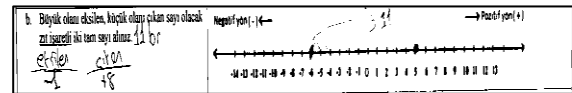
Şekil 9. Ö8’in A Yönergesine Cevabı

Etkinliğin ikinci yönergesine (b) verilen cevaplar incelendiğinde 15 öğrencinin (%56) doğru cevap verdiği görülmüştür. Doğru cevaplarda alınan iki sayıdan eksilenin büyük olması, sayıların işaretlerinin farklı olması, sayı doğrusu üzerinde gösterimin, işlemin sonucunun ve sonucun işaretinin doğru olması şartı aranmıştır. Örneğin Şekil 10’da verilen Ö22’nin cevabı doğru cevaba örnek olarak gösterilebilir.



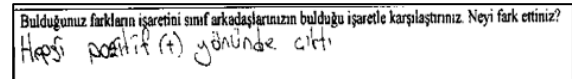
Şekil 10. Ö22’nin B Yönergesine Cevabı

Bu yönerge kapsamında öğrencilerden ikisinin sayı doğrusu üzerinde yaptıkları işlemlerin doğru olduğu ancak işlemin sonucunu yanlış yazdıkları görülmüştür (Şekil 11). Bu cevaplar kısmen doğru kabul edilmiştir. Ö1 ise +10 ve -5 sayılarını seçmiş, sayı doğrusunda doğru modellemiş ancak işlemin sonucuna +13 yazmıştır. Her ne kadar sonuç yanlış olsa da sayı doğrusu modeli, seçilen sayıların işaretleri ve sonucun işareti doğru olduğundan etkinliğin amacı kapsamında düşünülerek bu cevap da kısmen doğru kabul edilmiştir. Verilen şartlara uygun sayılar seçmeyen veya seçtiği sayılarla işlemleri hatalı yapanların cevapları ise yanlış kabul edilmiştir.



Şekil 11. Ö21’in B Yönergesine Cevabı

G1 yönergesi için, 19 öğrencinin (%70) doğru cevap verdiği görülmüştür. Doğru cevaplarda bulunan sonucun daima pozitif olduğuna dair vurgu olması şartı aranmıştır. Örneğin Şekil 12’de verilen Ö21’nin cevabı doğru cevaba örnek olarak gösterilebilir.

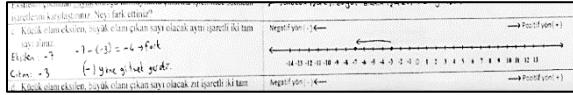


Şekil 12. Ö21’in G1 Yönergesine Cevabı

Bu yönergeye verilen cevaplardan iki tanesi (%7) kısmen doğru kabul edilmiştir. Bu öğrencilerin “pozitif” şeklinde tek kelimelik bir cevap yazdığı görülmüştür. Ayrıca yanlış kabul edilen dört cevaptan (%15) birinde öğrencinin (Ö9) “fark olduğunu” diğer bir öğrencinin ise (Ö10) “Hiç eksilen çıkmadı.” şeklinde cevap verdikleri görülmüştür. Dört öğrenci ise (%15) bu yönergeye herhangi bir cevap yazmamıştır.

Etkinliğin ikinci aşamasının ilk yönergesine (c) 22 öğrencinin (%82) doğru cevap verdiği görülmektedir. Bu aşamada doğru cevap sayısının artmasının nedeninin öğrencilerin, a ve b yönergelerinden sonra yapılan sınıf tartışmasında kendilerinden ne beklendiğini daha iyi anladıkları olduğu düşünülebilir. Doğru cevaplarda alınan iki sayıdan eksilenin

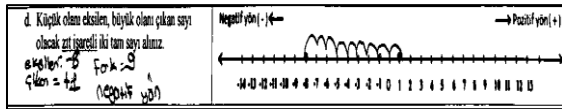
küçük olması, sayıların işaretlerinin aynı olması, sayı doğrusu üzerinde gösterimin ve işlemin sonucunun ve sonucun işaretinin doğru olması şartı aranmıştır. Örneğin Şekil 13'te verilen Ö18'in cevabı doğru cevaba örnek olarak gösterilebilir.



Şekil 13. Ö18'in C Yönergesine Cevabı

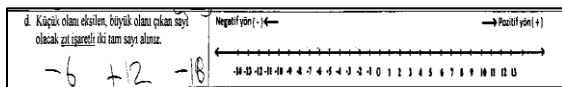
Bu soruya beş (%18) öğrencinin ise yanlış cevap verdiği görülmüştür. Bu beş öğrenciden birinin uygun sayılar seçmesine rağmen sonucun işaretini yanlış bulduğu; diğer dördünün ise uygun olmayan biçimde sayılar seçtiği (zıt işaretli veya çıkan sayı daha küçük olacak şekilde) görülmüştür.

Etkinliğin ikinci aşamasının ikinci yönergesine (d) 20 öğrencinin (%74) doğru cevap verdiği görülmüştür. Doğru cevaplarda alınan iki sayıdan eksilenin küçük olması, sayıların işaretlerinin zıt olması, sayı doğrusu üzerinde gösterimin ve işlemin sonucunun ve sonucun işaretinin doğru olması şartı aranmıştır. Örneğin Şekil 14'te verilen Ö22'nin cevabı doğru cevaba örnek olarak gösterilebilir.



Şekil 14. Ö22'nin D Yönergesine Cevabı

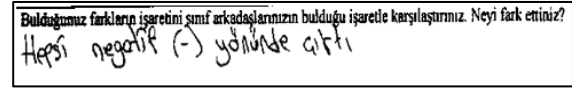
Bu yönergede öğrencilerin verdikleri cevaplardan bir tanesi (%4) kısmen doğru, beş tanesi (%19) ise yanlış kabul edilmiştir. Bir öğrenci ise bu yönergede herhangi bir cevap yazmamıştır. Kısmen doğru kabul edilen cevapta (Şekil 15) seçilen sayılar ve sonuç doğru olmakla beraber sayı doğrusu üzerinde modelleme yapılmamıştır. Yanlış cevapların ise üç tanesinde seçilen sayılar verilen kriterlere uygun olmayıp iki tanesinde seçilen sayılar uygun olmasına rağmen sonucun işareti yanlış yazılmıştır.



Şekil 15. Ö19'un D Yönergesine Cevabı

G2 yönergesine verilen öğrenci cevapları incelendiğinde 22 öğrencinin (%81) doğru bir

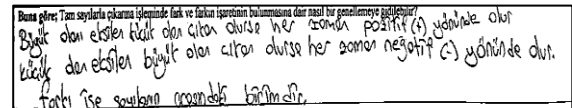
genellemeye vardıkları görülmektedir. Verilen cevapların doğru kabul edilebilmesi için eksilenin çıkandan küçük olduğu durumlarda sonucun her zaman negatif bir sayı çıktığının vurgulanmış olması şart koşulmuştur. Örneğin 21 numaralı öğrencinin ulaştığı genelleme (Şekil 16) doğru kabul edilmiştir.



Şekil 16. Ö21'in G2 Yönergesine Cevabı

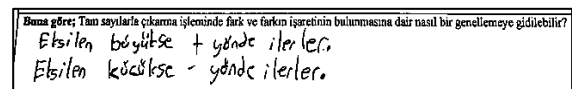
Bu yönergeye verilen cevaplarda Ö1'in verdiği "Genel olarak pozitif." Ö9'un verdiği "Hepsi aynı, başa negatif, sona pozitif." ve Ö8'in verdiği "Hepsi aynı." cevapları yanlış kabul edilmiştir. İlgili öğrencilerin kâğıtları incelendiğinde Ö1'in c ve d yönergelerinde uygun olmayan sayılar seçtiği ve sonuçları gerçekten de pozitif bulduğu; Ö8 ve Ö9'un ise c yönergesinde doğru cevaba ulaştığı ancak d yönergesinde yanlış cevap verdiği görülmüştür. Ayrıca iki öğrencinin ise bu kısmı boş bıraktığı görülmüştür.

G3 yönergesine verilen öğrenci cevapları incelendiğinde 14 öğrencinin (%52) doğru bir genellemeye vardıkları görülmüştür. Örneğin Ö21'in ulaştığı genelleme (Şekil 17) doğru kabul edilmiştir.



Şekil 17. Ö21'in G3 Yönergesine Cevabı

Bu yönergede üç öğrencinin verdiği cevap kısmen doğru kabul edilmiştir. Kısmen doğru kabul edilen cevaplarda öğrencilerin yalnızca fark veya yalnızca farkın işaretine dair genellemeler yaptıkları cevaplar bulunmaktadır. Örneğin Ö27'nin cevabı (Şekil 18) kısmen doğru kabul edilen cevaplardan biridir.



Şekil 18. Ö27'nin G3 Yönergesine Cevabı

Son yönergede yanlış kabul edilen yedi cevap incelendiğinde ise dördünün anlaşılmayan cümleler olduğu (örneğin Ö1, "Fark oradaki genellemedir." cevabını vermiştir.) diğer üç

öğrencinin ise yanlış genellemeler yaptıkları görülmüştür.

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada çıkarma işleminin “fark” anlamından yola çıkılarak hazırlanan ve sayı doğrusu üzerinde modellemeye dayanan bir etkinliğin tasarımı, uygulama ve değerlendirme süreçleri sunulmuştur. Etkinlik uygulamasının ilk bölümünde (a, b ve G1) gerek süre gerekse de verilen cevapların doğru olma oranları göz önüne alındığında öğrencilerin etkinliğe alışma evresinden geçtikleri söylenebilir. Nitekim uygulamanın ikinci bölümünde (c, d, G2) öğrencilerin doğru cevaplarının sayısında yükseliş ve doğru cevap verme süresinde ise azalma olduğu görülmektedir.

Öğrencilerin büyük çoğunluğunun ilk iki bölümde beklenen genellemelere ulaştıkları görülmektedir. Bu bakımdan etkinliğin tam sayılarla çıkarma işleminde fark ve farkın işaretinin belirlenmesi konusunda etkili olduğu söylenebilir.

Etkinliğin son yönergesinde (G3) öğrencilerin fark ve farkın işaretine dair genellemeye ulaşma oranlarının G1 ve G2’ye göre daha düşük olduğu görülmüştür. Tam sayılarda çıkarma işleminin epistemolojik zorluklar içeren bir konu olduğu (Altıparmak & Özdoğan, 2009; Fisher, 2003; Hefendehl-Hebeker, 1991; Kilhamn, 2011) ve öğrencilerin ilk defa tam sayılarda çıkarma işlemi yapmayı denedikleri düşünüldüğünde bu durumun normal olduğu söylenebilir.

Son olarak ileriki çalışmalarda etkinliğin uygulanması sürecinde G1, G2 ve G3 aşamalarında genellemenin yanında gerekçelendirmenin de talep edilebilir (örneğin; neden böyle düşünüyorsunuz veya ulaştığınız sonucun doğru olduğuna nasıl ikna oldunuz gibi). Böylece öğrencilerin ulaşacakları genellemelere dönük düşüncelerinden yola çıkılarak sınıf tartışmaları açılabilir, öğrencilerin gerekçelerinden yola çıkılarak varsa yanlışları giderilebilir.

KAYNAKLAR

Altıparmak, K., & Özdoğan, E. (2010). A study on the teaching of the concept of negative

numbers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(1), 31-47. <https://doi.org/10.1080/00207390903189179>

Bozkurt, A., & Polat, M. (2011). Sayma pullarıyla modellemenin tam sayılar konusunu öğrenmeye etkisi üzerine öğretmen görüşleri. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 10(2), 787-801.

Boz Yaman, B. (Ed.). (2019). *Ortaokul ve imam hatip ortaokulu matematik 7 ders kitabı*. Devlet Kitapları.

Fischer, M. H. (2003). Cognitive representation of negative numbers. *Psychological Science*, 14(3), 278-282. <https://doi.org/10.1111/14679280.03435>

Hefendehl-Hebeker, L. (1991). Negative numbers: Obstacles in their evolution from intuitive to intellectual constructs. *For the Learning of Mathematics*, 11(1), 26-32. <http://www.jstor.org/stable/40248003>

Kilhamn, C. (2011). *Making sense of negative numbers* [Unpublished doctoral dissertation]. University of Gothenburg/Göteborgs Universitet.

Makonye, J. P., & Fakude, J. (2016). A study of errors and misconceptions in the learning of addition and subtraction of directed numbers in grade 8. *SAGE Open*, 6(4), 1-10. <https://doi.org/10.1177/2158244016671375>

Milli Eğitim Bakanlığı. (2018). *Matematik dersi öğretim programı*. <http://mufredat.meb.gov.tr/Dosyalar/201813017165445-MATEMAT%C4%B0K%20%C3%96%C4%9ERET%C4%B0M%20PROGRA MI%202018v.pdf>

Murdiyani, N. M., Zulkardi, Z., Putri, R. I. I., van Galen, F., & van Eerde, D. (2013). Developing a model to support students in solving subtraction. *Journal on Mathematics Education*, 4(1), 95-112. <https://doi.org/10.22342/jme.4.1.567.95-112>

Stephan, M., & Akyuz, D. (2012). A proposed instructional theory for integer addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(4), 428-464. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.43.4.0428>

- Stephan, M., Bowers, J., Cobb, P., & Gravemeijer, K. P. E. (Eds.) (2003). *Supporting students' development of measuring conceptions : Analyzing students' learning in social context. (Journal for research in mathematics education. Monograph; Vol. 12).* National Council of Teachers of Mathematics.
<http://www.jstor.org/stable/i30037716>
- Tezcan, Ş., Bozkurt A., & Güzel, M. (2018, Kasım 2-3). *Geogebra yazılımı yardımı ile tam sayılarla çıkarma işleminin sayı doğrusu üzerindeki fark anlamına göre modellenmesi örneği* [Bildiri]. Fatih Projesi Eğitim Teknolojileri Zirvesi, Ankara.
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2013). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally.* Pearson Education
- Yakes, C. (2017). Rational number operations on the number line. *The Mathematics Enthusiast*, 14(1), 309-324.
<https://doi.org/10.54870/15513440.1400>

Kaynak Gösterme

- Bozkurt, A., Güzel, M., & Değirmen, S. (2022). Tam sayılarla çıkarma işleminin fark anlamına dayalı bir etkinlik örneği. *Araştırma Temelli Etkinlik Dergisi*, 12(1), 18-28. <https://www.ated.info.tr/ojs-3.2.1-3/index.php/ated/issue/view/23>

Ek 1

Etkinlik Metni

a, b, c ve d adımlarında belirtilen her seçimi yaptıktan sonra şu adımları takip ediniz. - Bu sayıları sayı doğrusu üzerinde gösteriniz. - Sayı doğrusu üzerinde bu sayıları temsil eden noktalar arasındaki uzunluğun kaç birim olduğunu bulunuz. (Fark) - Çıkan sayıyı gösteren noktadan eksilen sayıyı gösteren noktaya gitmek için hangi yöne gitmek gerekir? (+ veya -)	
a. Büyük olanı eksilen, küçük olanı çıkan sayı olacak <u>aynı işaretli</u> iki tam sayı alınız.	Negatif yön (-) ← → Pozitif yön (+)
b. Büyük olanı eksilen, küçük olanı çıkan sayı olacak <u>zıt işaretli</u> iki tam sayı alınız.	Negatif yön (-) ← → Pozitif yön (+)
(G1) Bulduğunuz farkların işaretini sınıf arkadaşlarınızın bulduğu işaretlerle karşılaştırınız. Neyi fark ettiniz?	
c. Küçük olanı eksilen, büyük olanı çıkan sayı olacak <u>aynı işaretli</u> iki tam sayı alınız.	Negatif yön (-) ← → Pozitif yön (+)
d. Küçük olanı eksilen, büyük olanı çıkan sayı olacak <u>zıt işaretli</u> iki tam sayı alınız.	Negatif yön (-) ← → Pozitif yön (+)
(G2) Bulduğunuz farkların işaretini sınıf arkadaşlarınızın bulduğu işaretlerle karşılaştırınız. Neyi fark ettiniz?	
(G3) Buna göre; Tam sayılarla çıkarma işleminde fark ve farkın işaretinin bulunmasına dair nasıl bir genellemeye gidilebilir?	