

RUS KÖYLÜLERİN GELİŞTİRDİĞİ ÇARPMA YÖNTEMİ NASIL VE NEDEN ÇALIŞIYOR?¹

Bekir Cevizci²

ÖZ

Bu makalede, çarpma konusunda öğrencilerin hem işlemsel bilgilerini hem de kavramsal bilgilerini geliştirmek amacıyla tasarlanan ve uygulanan bir etkinlik tanıtılmıştır. Öğrenciler, fiziksel ve zihinsel olarak aktif bir şekilde, Rus köylüleri tarafından geliştirilen bir çarpma yöntemini incelemişler, yöntemin neden ve nasıl çalıştığını açıklamışlar ve yöntemi genişletmişlerdir. Etkinlik güney batı illerimizden birisinde bulunan bir Bilim Sanat Merkezi'nde uygulanmıştır. Uygulama, 11 ve 15 kişiden oluşan iki ayrı sınıfta yapılmıştır. Uygulama süresi 1 saattir. Etkinlikte öğrenciler, birim küpleri kullanarak ve çarpmanın alan anlamı üzerine odaklanarak öğrendikleri yeni çarpma algoritmasını anlamlandırmışlardır. Dersin etkililiği, öğretmen tarafından tutulan gözlem notları ve öğrencilerin doldurduğu çalışma kağıtları kullanılarak değerlendirilmiştir. Dersin genel olarak öğrencilerin kavramsal ve işlemsel bilgisini geliştirdiği tespit edilmiştir.

Anahtar kelimeler: Rus köylü çarpma yöntemi, kavramsal bilgi, işlemsel bilgi.

HOW AND WHY DOES THE MULTIPLICATION METHOD DEVELOPED BY THE RUSSIAN PEASANTS WORK?

ABSTRACT

In this article, an activity designed and implemented to improve both procedural knowledge and conceptual knowledge of multiplication is introduced. The students were physically and mentally active while exploring a multiplication method developed by the Russian peasants. They not only explained why and how the method works, but also extended the method. The activity was implemented at a Science and Art Center located in one of southwestern cities in Turkey. The activity was implemented in two classes having 11 and 15 students respectively. The lesson took an hour. The students used unit cubes and focused on the area meaning of multiplication to comprehend the new multiplication algorithm that they have learnt. The effectiveness of the lesson was assessed using observation notes of the teacher and worksheets completed by the students. The assessment results indicate that the lesson supported the conceptual and procedural understanding of the students.

Keywords: Russian peasant multiplication method, conceptual knowledge, procedural knowledge.

Makale Hakkında:

Gönderim Tarihi: 05.02.2018

Kabul Tarihi: 07.03.2018

Elektronik Yayın Tarihi: 30.04.2018

¹ Bu etkinlik 1689B011716661 numaralı TÜBİTAK projesi kapsamında geliştirilmiştir.

² Okul Müdürü, Muğla Bilim Sanat Merkezi, bekircevizci@gmail.com, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2066-2971>

GİRİŞ

Günümüzde matematik dersinde başarılı olmak; tekrar ve alıştırma niteliğindeki test sorularını doğru bir şekilde çözmenin ötesinde, akıl yürütmek, genellemelere ulaşmak, kural veya formüllerin arkasında yatan nedenleri açıklayabilmek ve problem çözmek gibi üst düzey düşünme becerilerine sahip olmak anlamına gelmektedir (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2014; Olkun & Toluk Uçar, 2009). Bu nedenle son dönemlerde yazılan matematik öğretim programları; akıl yürütme, ilişkilendirme, problem çözüme, modelleme gibi matematiksel becerilere giriş kısımlarında yer vermekte, matematik öğretiminin bu beceriler temel alınarak gerçekleştirilmesini önermektedir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2005; MEB, 2017; National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers, 2010). Bu makalede, öğrencilerin akıl yürütme ve düşüncelerini farklı temsillerle ifade etme becerilerini kullandıkları ortaokul düzeyinde bir etkinlik paylaşılmıştır. Etkinlik kapsamında öğrenciler, Rus köylüleri tarafından geliştirilen bir çarpma yöntemini incelemişler, yöntemin neden ve nasıl çalıştığını açıklamışlar ve yöntemi genişletmişlerdir.

Etkili bir matematik dersinde öğrencilerin *işlemsel bilgi* ve *kavramsal bilgi* edinmeleri hedeflenir (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001; Olkun & Toluk Uçar, 2009). *İşlemsel bilgi* formüllerin ve/veya kuralların kolaylıkla uygulanmasını sağlar ve bir kural nasıl çalışır sorusuna yanıt verir. Diğer yandan *kavramsal bilgi* uygulanan bu kuralların temelini oluşturan kavramları açıklamayı sağlar ve bir kural neden çalışır sorusuna yanıt verir. Kavramsal bilgiye sahip olan bir öğrenci, matematik kavramlarını birbirleriyle ilişkilendirebilir. Örneğin, paralelkenarın alanını hesaplamayı bilen bir öğrenci, üçgenin alanı için “her üçgen bir paralelkenarın yarısıdır çünkü her hangi bir üçgenin kopyasını ters çevirip üçgenin kendisine eklersek paralelkenar oluşur. Bu durumda üçgenin alanı, oluşan paralelkenarın alanının yarısıdır” tarzında bir akıl yürütme yapabiliyorsa, bu öğrencinin, üçgenin alanı konusunda kavramsal bilgiye sahip olduğu söylenebilir. Eğer öğrenci üçgenin alan formülünü uygulayabiliyorsa, kendisine verilen bir

üçgenin alanını doğru bir şekilde hesaplayabiliyorsa, öğrencinin bu konuda işlemsel bilgiye sahip olduğu söylenebilir. Her iki bilgi türü de önemlidir ve öğrencilerin her iki bilgi türüne de sahip olması beklenir. Ancak matematik derslerinde işlemsel bilgi daha ön plana çıkabilmekte ve matematik kuralları öğrenciler tarafından anlamlandırılmadan ezberlenmektedir (Birgin & Gürbüz, 2009). Böyle bir durumda ise bir süre sonra öğrenciler kuralları karıştırmakta ve anlamsız işlemler yapmaktadırlar. Daha kötüsü, öğrenciler, matematiği anlamsız kurallardan oluşan bir disiplin olarak algılamaya başlamaktadırlar.

Bu makalede anlatılan etkinlikte öğrencilerin hem işlemsel bilgilerini hem de kavramsal bilgilerini geliştirmek hedeflenmiştir. Öğrencilerin fiziksel ve zihinsel olarak aktif şekilde derse katılacakları bir etkinlik tasarlanmış, uygulanmış ve öğrencilerin bu süreçteki öğrenmeleri değerlendirilmiştir. Öğrencilerde Rus köylüleri tarafından geliştirilen çarpma yöntemine ilişkin kavramsal ve işlemsel bilgi oluşturmak/geliştirmek hedeflenmiştir. Çarpmanın alan anlamı üzerine odaklanılmıştır (Lee, 2014).

Bu etkinlikte hedeflenen bir alt amaç ise öğrencilerde matematiğin farklı kültürlerin emekleri ile geliştiği ve halen gelişmekte olduğu konusunda farkındalık oluşturmaktır. Örneğin, etkinliğin konusu olan çarpma işlemi ele alınırsa, Mısır ve Rusya’da ikiye katlama yöntemi ile, Hindistan’da dik ve çapraz çarpma yöntemi ile, Japonya’da ise abaküsten yararlanılarak çarpma işleminin yapıldığı bilinmektedir (Lin, 2007). Öğrencilerin her kültürde matematiğin doğal bir ihtiyaç olarak ortaya çıktığını ve farklı kültürlerde farklı matematiksel yöntemlerin ortaya çıktığını fark etmeleri hedeflenmektedir. Son olarak, etkinliğin bir diğer alt amacı, matematiğin gelişmesinin bir sebebinin insanların günlük yaşam ihtiyaçları olduğunu öğrencilerle paylaşmaktır. Etkinlikte paylaşılan çarpma yöntemi, köylülerin günlük ihtiyaçlarını karşılamak üzere geliştirilmiştir. Etkinlik kapsamında, öğrencilerle Rus köylülerin tarım ürünlerini kolay saymak amacıyla bir çarpma yöntemi geliştirdikleri tartışılarak, matematiğin günlük yaşamda karşılaşılan ihtiyaçlara çözüm

üreten yönünü ortaya koymak hedeflenmektedir.

ETKİNLİĞİN UYGULANMASI

Bağlamsal Arkaplan

Etkinlik güney batı illerimizden birisinde bulunan bir Bilim Sanat Merkezi'nde uygulanmıştır. Uygulama için gerekli izinler alınmıştır. Bilim Sanat Merkezi'nin hafta içi ve hafta sonu grupları bulunmaktadır. Bu etkinlik ilk olarak, o sırada okulda bulunan 15 kişilik hafta sonu grubuyla uygulanmıştır. Bu öğrencilerin; bir tanesi beşinci sınıf, sekiz tanesi altıncı sınıf, altı tanesi ise yedinci sınıfta öğrenim görmektedir. Etkinlik daha sonra, hafta içi grubuna devam eden beşinci ve altıncı sınıflardan oluşan 11 kişilik bir sınıfta uygulanmıştır.

Etkinlik her iki grupta da benzer şekilde uygulanmıştır. Uygulamada olan küçük farklılıklar bir sonraki “öğrenme-öğretme süreci” bölümünde belirtilmiştir. Her iki uygulamada da öğrencilerin doldurduğu çalışma kağıtları toplanmış ve veri analizinde kullanılmıştır. İlk uygulama sırasında öğretmen, önemli gördüğü noktaları, sonraki yansıtıcı değerlendirmede kullanmak amacıyla not almıştır. Bu nedenle bir sonraki bölüm daha çok ilk uygulama temel alınarak anlatılmıştır.

Ders her iki uygulamada da yaklaşık 1 saat sürmüştür. Etkinliğin hitap ettiği Bilim Sanat Merkezi kazanımları şunlardır:

- 1) Rus Köylü Metodu ile iki doğal sayının çarpımını kavrar.
- 2) Rus Köylü Metodu ile iki doğal sayıyı çarpar.

Etkinliğin hitap ettiği ilgili Milli Eğitim Bakanlığı kazanımları ise (MEB, 2017) şu şekildedir:

M.5.1.2.4. En çok üç basamaklı iki doğal sayının çarpma işlemini yapar.

M.5.1.2.12. Dört işlem içeren problemleri çözer.

M.6.1.1.4. Doğal sayılarla dört işlem yapmayı gerektiren problemleri çözer ve kurar.

Etkinlik, her ne kadar daha çok beşinci veya altıncı sınıf öğrencilerine dönük hazırlanmış olsa da, genel olarak bir problem çözme süreci

içerdiğinden özel ve belirli bir sınıf ile sınırlanmak durumunda değildir. Öğretmenler öğrencilerinin hazır bulunuşluk durumuna göre farklı sınıflarda etkinliği uygulayabilirler.

Etkinliği materyal açısından uygulamak oldukça kolaydır. Gerekli materyaller birim küpler, kalem ve çalışma kağıdıdır. Çalışma kağıdı Ek 1'de sunulmuştur.

Öğrenme-Öğretme Süreci

Derse girişte, öğrencilere, Rus köylülerinin bizim kullandığımızdan farklı bir çarpma yöntemi geliştirmiş oldukları belirtilerek, bu yöntemde genel olarak birinci çarpanın sürekli 2'ye bölüdüğü, ikinci çarpanın ise 2 ile çarpıldığı açıklanmıştır. Öğrencilerin dersin başındaki işlemsel bilgi düzeyini ölçmek amacıyla, bu yöntemi daha önce duymup duymadıkları ve yöntemi kullanmayı bilip bilmedikleri sorulmuş ve üç öğrenci böyle bir yöntemi duydıklarını ama yöntemde tam olarak hangi işlemlerin nasıl yapıldığını hatırlamadıklarını belirtmiştir. Dolayısıyla tüm öğrencilerin, dersin konusu ile ilgili işlemsel ve kavramsal bilgileri olmadan derse başladıkları ileri sürülebilir.

Dersin giriş kısmında öğrencilere sorulan bir diğer soru, Rus köylülerinin neden bir çarpma yöntemi geliştirmeye ihtiyaç duymuş olabilecekleri sorusudur. Bu soruya “bilemeyiz” şeklinde yanıtlar geldiği gibi “ürünlerini saymak için” şeklinde yanıtlar da gelmiştir. İkinci tür yanıtları açması istenen bir öğrenci “patatesleri çuvallara doldurmuş olabilirler, tüm patates sayısını bulmak için çarpmaları gerekir” şeklinde tarım ürünlerini saymayı içeren bir örnek vermiştir. Öğretmen de matematiğin bazen bu şekilde günlük yaşam ihtiyaçlarını gidermek için geliştiğini belirtmiş, genel olarak matematiğin oluşumuna ilişkin öğrencilerde farkındalık oluşturmayı amaçlamıştır.

Dersin gelişme kısmında öncelikle her öğrenciye Ek 1'de verilen çalışma kağıdı dağıtılmıştır. Birinci soruyu öğretmen tahtada çözerken, öğrenciler de çalışma kağıtlarında aynı işlemi yapmışlardır. Burada, Rus köylüleri tarafından geliştirilen çarpma algoritmasını hatırlatmak gerekirse, çarpılan sayılar Tablo 1'deki gibi yan yana yazılır. Birinci çarpan sürekli ikiye bölünürken, ikinci çarpan sürekli

ikiye katlanır. İkiye bölme işleminde sayı tek olursa, sayıdan 1 çıkarılır ve ikiye bölünür. İkiye bölme işleminde 1 elde edilince bölme ve çarpma işlemleri durdurulur. Çarpım, ikiye bölünen sayılardan tek sayı olanlara karşılık gelen sayıların toplanması ile bulunur.

Tablo 1. Rus Köylülerin Kullandığı Çarpma Yöntemi

12	23
6	46
3	92
1	184

Tablo 1’de sol sütundaki tek sayılar 3 ve 1 olup, sağ sütunda bu sayılara karşılık gelen sayılar 92 ve 184’tür. Ders sırasında, öğrenciler ilk sütunda çift sayıların bulunduğu satırların üzerine çizgi çekerek, onların işlem dışı kaldığını belirtmişlerdir. Çarpma işleminin sonucu $92 + 184$ işlemi ile 276 olarak hesaplanır. Bu yöntemin en öne çıkan avantajı çarpma işleminde, toplama işlemi ve 2 ile çarpma ve bölme işleminin kullanılmasıdır. İki ile çarpma ve bölme öğrencilere diğer çarpma ve bölme işlemlerine göre daha kolay gelmektedir. Yöntemin dezavantajı ise seçilen sayılara göre, işlemin çok uzayabilmesi ve işlemlerin geleneksel çarpma algoritmasına göre daha karmaşık bir hal alabilmesidir.

Çalışma kağıdında bulunan ikinci soruyu öğrenciler kendileri yapmışlardır. Burada amaç onların işlemsel bilgiyi kazanmalarına yardımcı olmaktır. Bir sonraki “Ölçme-Değerlendirme” kısmında detaylandırılacağı gibi, genel olarak bütün öğrenciler öğrendikleri bu yeni çarpma yöntemini doğru bir şekilde uygulamışlardır. Örnek olarak bir öğrencinin yanıtı Şekil 1’de verilmiştir.

2) 26 x 61 işleminin sonucunu Rus köylüleri tarafından geliştirilen çarpma yöntemini kullanarak hesaplayınız.

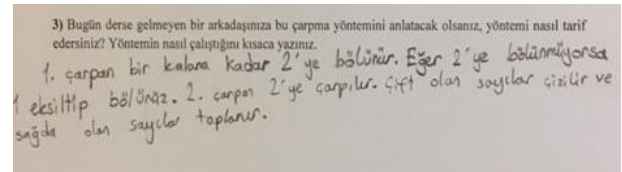
26	61	
13	122	122
6	234	688
3	688	1586
1	976	

26x61=1586

Şekil 1. Bir Öğrencinin Çarpma İşlemi

Çalışma kağıdında bulunan üçüncü sorunun (derse gelmeyen bir arkadaşlarına yöntemi

anlatmaları) amacı, öğrencilerin öğrendikleri yeni yöntemi sözel ifadelerle temsil etmelerini sağlamaktır. Yazmak, öğrencilerin öğrendikleri bilgiyi zihinlerinde düzenlemelerine yardımcı olan bir eylemdir (NCTM, 2000). Bir diğer amaç da onların işlemsel bilgilerini ve bu bilgiyi ifade becerilerini ölçmektir. Bu soruya bazı öğrenciler “işlem yap” gibi kısa yanıtlar vermişken, bazıları örnek sayılar üzerinden çarpma işlemini yaparak açıklama yapmayı tercih etmişlerdir. Çoğu öğrenci ise algoritmayı genel olarak tanımlamışlardır. Bu tür bir öğrenci yanıtı Şekil 2’de verilmiştir. Bu öğrencinin yanıtı şu şekildedir: “1. çarpan bir kalana kadar 2’ye bölünür. Eğer 2’ye bölünmüyorsa 1 eksiltilip bölürüz [böleriz]. 2. çarpan 2’ye [2 ile] çarpılır. Çift olan sayılar çizilir ve sağda olan sayılar toplanır.”



Şekil 2. Bir Öğrencinin Tanımı

Bu aşamada öğretmen gönüllü bir kaç öğrenciye yanıtlarını okutmuş, okunan yanıtlara sınıfın dönüt vermesini sağlamıştır. Öğretmen, öğrencilerin bu yönergelerinin algoritma olarak adlandırıldığını belirtmiştir. Bu ders aslında yeni bir çarpma algoritması öğrendiklerini söylemiştir.

Çalışma kağıdının dördüncü sorusu (Sizce bu yöntem neden doğru sonucu veriyor?) öğrencilerin bu dersle ilgili kavramsal bilgisini ölçmeye yöneliktir. Aslında henüz bir inceleme yapılmadığı için öğrencilerin yanıt verememesi beklenmiştir. Ve bu doğrultuda birçok öğrenci “nereden bilebilirim?” gibi ifadelerle tepki vermişken, bazı öğrenciler bir tarafı 2 ile çarpıp, diğer tarafı 2’ye bölmenin denge durumu oluşturduğunu belirtmiştir. Yine de bu öğrencilerden birisinin “ama 1 çıkarılınca nasıl oluyor onu bilmiyorum” şeklinde belirttiği gibi algoritmayı tam olarak anlamlandırabilen bir kişi olmamıştır.

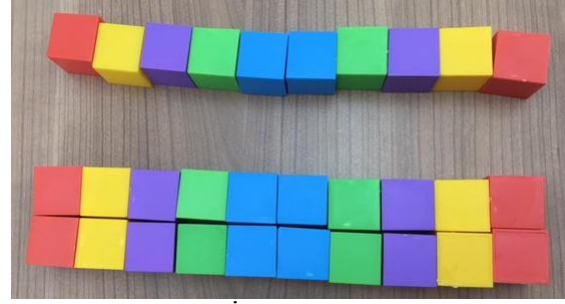
Dersin buraya kadar olan kısmı öğrencilerin Rus köylülerinin kullandığı çarpma yöntemi ile ilgili işlemsel bilgilerini geliştirmeye odaklanmıştır. Bundan sonraki kısım, bu çarpma yöntemi ile ilgili kavramsal bilgiyi geliştirmeyi amaçlamıştır.

Öğrencilere birim küpler dağıtılmıştır. Her üç öğrenciye 60 birim küp verilerek birlikte çalışmaları söylenmiştir. Çarpmanın alan anlamını hatırlamalarını amaçlayan beşinci soruyu öğrenciler başarı ile yanıtlamışlardır. İlk uygulamada basit olması açısından 2×4 çarpımını birim küpler ile göstermeleri istenmişti. İkinci uygulamada doğrudan 8×5 işlemi sorularak, altıncı soruya geçiş kolaylaştırıldı. Sınıf olarak ortak tartışma dilini yakalamak açısından, öğrencilere birinci çarpanın oluşan dikdörtgenin yüksekliğini ifade ettiği belirtilmiştir.

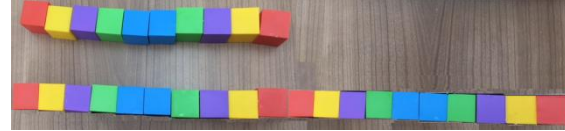
Altıncı soruda öğrencilere çarpmayı hem tablo ile yapmaları hem de her satırdaki işlemin görsel olarak ne anlama geldiğini anlamlandırmaya çalışmaları söylenmiştir. Gruplar birim küpler ile inceleme yaparken öğretmen gruplar arasında gezip, takılan öğrencilere yardımcı olmuştur. En çok zorlanılan durum algoritma ilerledikçe çarpmanın anlamını birim küplere yansıtmakta oluşmuştur. Örneğin 8×5 için, uygun dikdörtgeni oluşturan öğrenciler, ikinci satırda oluşan 4×10 için uygun dikdörtgeni oluşturmakta zorlanmışlardır. Burada öğretmen “ 8×5 'in anlamı nedir?” “Peki 4×10 'un anlamı nedir?” “İlk dikdörtgeni nasıl dönüştürelim ki 4×10 çarpımını temsil etsin?” gibi sorular sorarak öğrencileri yönlendirmiştir. Sınıfın yarısından fazlası altıncı sorunun ilk tablosunu birim küplerle gösterdiğinde, öğretmen tahtada birim küpleri çizerek tablo ile şekilleri ilişkilendirmiştir. Öğrencilere sorular sorarak onların katkıları da alınmıştır. Daha sonra altıncı sorudaki diğer üç tabloyu benzer şekilde tamamlamaları istenmiştir. Bir grubun 6×5 işlemi için oluşturduğu şekiller sırasıyla Şekil 3, Şekil 4 ve Şekil 5'te sunulmuştur.



Şekil 3. 6×5 İşleminin Birim Küplerle Gösterimi



Şekil 4. 3×10 İşleminin Birim Küplerle Gösterimi



Şekil 5. $1 \times 10 + 1 \times 20$ İşleminin Birim Küplerle Gösterimi

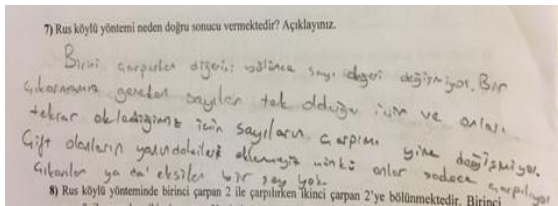
Tablo 2. Rus Köylülerin Kullandığı Çarpma Yöntemi ile 6×5 İşlemi

6	5
3	10
1	20

Şekil 3-5'te gösterilen işlemler için oluşturulan çarpma tablosu Tablo 2'de verilmiştir. Şekil 3'te 6×5 işlemi temsil etmek üzere oluşturulan dikdörtgen bulunmaktadır. Çarpma işlemindeki amaç 6 tane 5'in kaç ettiğini bulmaktır bu nedenle dikdörtgen, 6 tane 5'i birim küplerle göstermektedir. Bu gösterim Tablo 2'nin ilk satırına denk gelmektedir. Şekil 4, Tablo 2'nin ikinci satırını temsil etmektedir. İlk oluşturulan dikdörtgen yarısından ayrılmış, ayrılan parça uzunlamasına dikdörtgene eklenerek 3×10 'u gösteren bir dikdörtgen oluşturulmuştur. Ancak, bu dikdörtgen tam sayı olarak tekrar ikiye ayıramayacağından 1 satırı kendisinden ayrılmıştır. Aslında 1 tane 10'luk kısım kenara ayrılmıştır. Toplam birim küp sayısını bulurken bu ayrılan parça unutulmamalıdır. Şekil 5, 2×10 'u gösteren dikdörtgenin yatay olarak ikiye bölünerek oluşturduğu 1×20 'lik dikdörtgeni ve bir önceki basamakta kenara ayrılan 1×10 'luk dikdörtgeni göstermektedir. Şekil 5'teki 1×20 'lik dikdörtgen, Tablo 2'nin son satırına tekabül etmektedir. Çarpma işleminin sonucunu yani toplam birim küp sayısını bulmak için Şekil 5'teki dikdörtgenleri oluşturan birim küp sayıları toplanır ($10 + 20$). Tabloda bu sayılar

ilk sütündeki tek sayıların karşısında bulunmaktadır. İlk satırdaki çift sayıların karşısına gelen sayılar toplamaya alınmaz çünkü bu sayıların oluşturduğu dikdörtgenler 2'ye tam olarak bölünebilmiş, her hangi bir birim küpü dışarıda bırakmamıştır.

Çalışma kağıdında bulunan yedinci soru, öğrencilerin bu yöntemin neden çalıştığını açıklamalarını istemektedir. Tüm gruplar bir önceki soruda birim küplerle işlemleri başarıyla yaptıkları halde, yazma konusunda isteksiz olan öğrenciler olmuştur. Yazmak yerine söyleyebileceklerini belirtmişlerdir. Bu nedenle bazı öğrenciler bu soruyu boş bırakmışlardır. İkinci uygulamada öğretmen yazma konusunda daha disiplinli davranmış ve tüm öğrencilerin düşüncelerini yazmasını sağlamıştır. Öğretmen, yedinci soruyu kapsamlı açıklayan iki öğrenciye yanıtlarını okutmuştur. Sınıftan ekleme yapmak isteyenler yorumlarıyla katkıda bulunmuşlardır. Bu sırada öğretmen de tahtaya uygun görselleri çizerek paylaşılan fikirleri desteklemiştir. Şekil 6, sınıfta yorumu okunan öğrencinin yanıtını içermektedir. Öğrenci burada şu ifadeleri yazmıştır: “Birini çarparken diğerini bölünce sayı değeri değişmiyor. Bir çıkarmamız gereken sayılar tek olduğu için ve onları tekrar eklediğimiz için sayıların çarpımı yine değişmiyor. Çıkarılan ya da eksilen bir şey yok.”



Şekil 6. Bir Öğrencinin Yedinci Soruya Verdiği Yanıt

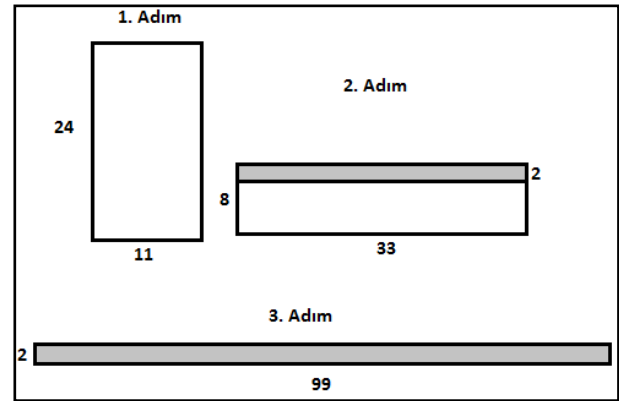
Yedinci soru yanıtladıktan sonra dersin süresi bitmiştir. Öğretmen dersin kapanışında farklı kültürlerin matematiğe farklı katkıları olduğunu belirtmiştir. Ayrıca, başka çarpma algoritmalarının bulunduğunu, bunları araştırabileceklerini belirtmiştir. Örneğin Japon abaküsü ile ilgili internet üzerinde uygulamalar mevcuttur.

Soruları erken bitiren öğrenciler için çalışma yaprağına ek soru koyulmuştur. Uygulama tüm ders saatini (60 dakika) aldığı ve soruları erken bitiren öğrenci olmadığı için ek soru sınıfta

çözülmemiştir. Ancak bu çarpma yöntemi ile ilgilenen iki öğrenci ek soru üzerinde ayrı bir zamanda çalışmış ve yöntemin 3 ile çarpıp bölme durumunda nasıl işlediğini incelemiştir. Tablo 3, 24×11 işleminin yapılışını göstermektedir. Bu kez, algoritma 1 veya 2'ye ulaşınca durmaktadır çünkü bu sayılar 3'e tam olarak bölünemez. İşlem, birim küplerle yapılabilir ancak farklı bir temsil kullanmak açısından çizimlerle açıklanacaktır. Burada 24×11 'lik bir dikdörtgen çizilir (Şekil 7, 1. Adım). Bu dikdörtgen Tablo 3'ün ikinci satırıyla uyumlu olarak üç eş parçaya ayrılır ve parçalar birbirine eklenerek 8×33 'lük dikdörtgen oluşturulur (Şekil 7, 2. Adım). Dikdörtgenin yatay olarak üçe bölünmesi için 2×33 'lük kısmı ayrılır ve geri kalan kısımdan Şekil 7'deki 3. Adım elde edilir. Çarpma işleminin sonucu, yani toplam alan, $2 \times 33 + 2 \times 99$ işlemi ile elde edilir.

Tablo 3. 24×11 İşleminin Yapılışı

24	11
8	33
2	99



Şekil 7. 24×11 İşleminin Görsel Temsilleri

Ölçme Değerlendirme

Bu etkinlikte, öğrencilerde Rus köylüleri tarafından geliştirilen çarpma yöntemine ilişkin kavramsal ve işlemsel bilgi oluşturmak/geliştirmek hedeflenmiştir. Bu amaca ulaşıp ulaşılmadığını tespit etmek için iki temel yol izlenmiştir. Birincisi ders sırasında öğretmenin derse ilişkin gözlemdir ki yukarıda anlatıldığı üzere öğrencilerin genel olarak ders sonu itibarıyla işlemsel ve

kavramsal bilgiye sahip oldukları gözlenmiştir. Tüm öğrenciler yöntemi başarıyla uygulamışlar ve tüm gruplar birim küpleri kullanarak algoritmanın işlemlerini temsil edebilmişlerdir.

Ölçme değerlendirme amaçlı izlenen ikinci yol, öğrencilerin çalışma kağıtlarını değerlendirmek olmuştur. Bu değerlendirme iki perspektiften yapılmıştır: İşlemsel bilgi, kavramsal bilgi.

İşlemsel Bilgi. Dersin başında bu yöntemi bilen hiç öğrenci olmadığı için, öğrencilerin bu yöntemle ilişkin işlemsel bilgileri olmadan derse başlandığı söylenebilir. Çalışma kağıdındaki birinci, ikinci ve altıncı soruda öğrenciler yöntemi uyguladıkları için bu sorular bize onların işlemsel bilgileri hakkında bilgi vermektedir. Fakat altıncı soru aynı zamanda birim küpleri de kullanmayı gerektirdiğinden öğrenciler yöntemi anlamaya odaklanmışlar ve algoritmayı kağıda tam olarak yazmadıkları durumlar olmuştur. Ek olarak, bu soru grup olarak yapıldığı için sadece bir kişinin çalışma kağıdının kullanıldığı durumlar da olmuştur. Bu nedenle işlemsel bilgiyi ölçmek için birinci ve ikinci sorular kullanılmıştır. Çalışma kağıdındaki üçüncü soru öğrencilerin işlemsel bilgilerini yazı ile ifade etme becerilerini ölçmektedir. Öğrencilerin işlemsel bilgileri ve işlemsel bilgilerini yazı ile ifade etme becerileri Van de Walle, Karp, ve Bay-Williams (2013)'ten yararlanılarak oluşturulan ve Ek 2'de verilen iki ayrı puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilmiştir. Dört dereceli olan bu puanlama anahtarları kullanılarak elde edilen bulgular sırasıyla Tablo 4 ve Tablo 5'te verilmiştir. Hafta içi ve hafta sonu uygulamalarında öğrenciler benzer performans sergilemişlerdir. Bulgular tüm öğrenciler bazında sunulmuştur.

Tablo 4. Öğrencilerin İşlemsel Bilgi Düzeyleri

İşlemsel Bilgi Puan Ortalaması	3,9
--------------------------------	-----

Tablo 4'te görüldüğü üzere öğrenciler algoritmayı uygulamakla ilgili neredeyse tam puan almışlardır. Bu bulgu, öğrencilerin işlemsel bilgiyi edindiklerini göstermektedir.

Tablo 5. Öğrencilerin İşlemsel Bilgilerini İfade Etme Düzeyleri

Puan	Frekans (Yüzde)
4	5 (%19)
3	15 (%58)
2	4 (%15)
1	2 (%8)

Öğrencilerin işlemsel bilgilerini ifade etme beceri düzeyleri farklılık gösterdiği için her bir puan türünde kaç öğrencinin bulunduğu, Tablo 5'te ayrı ayrı verilmiştir. Öğrencilerin işlemsel bilgiyi ifade etme boyutunda aldıkları puanların ortalaması 3 puana yakındır (2,9). Genel olarak işlemsel bilgiyi ifade etmekte yeterli düzeyde yani başarılıdır. Ancak, algoritmayı tanımlamaktaki başarıları, algoritmayı uygulama başarılarına göre düşüktür.

Kavramsal Bilgi. Çalışma kağıdındaki dördüncü ve yedinci sorular, öğrencilerin kavramsal bilgilerini ölçmek amaçlı sorulmuştur. Dördüncü soru henüz birim küplerle işlem yapılmadan sorulmuş, yedinci soru ise, birim küplerle çalışmanın etkisini anlamak amacıyla, öğrenciler birim küplerle çalıştıktan sonra sorulmuştur. Her iki soruya da öğrencilerin verdiği yanıtlar, Ek 3'te verilen puanlama anahtarı ile değerlendirilmiştir. Bulgular Tablo 6'da sunulmuştur. Her iki sorunun da öğrencilerin kavramsal bilgilerini yazılı olarak ifade etme becerilerini ölçtüğü not edilmelidir. Sorular, öğrencilerin düşüncelerini yazılı olarak açıklamalarını gerektirmektedir.

Tablo 6. Öğrencilerin Kavramsal Bilgilerini İfade Etme Düzeyleri

Puan	Frekans (Yüzde) - Dördüncü Soru	Frekans (Yüzde) - Yedinci Soru
4	0	4 (%15)
3	0	3 (%12)
2	10 (%38)	13 (%50)
1	7 (%27)	0

Tablo 6'da bulunan dördüncü soruya ait puanlar (1 puan ve 2 puan), öğrencilerin sadece algoritmayı uygulayarak kavramsal bilgiyi yeterince geliştirmediklerine işaret etmektedir. Öğretmenin gözlemleri de bunu doğrulamaktadır çünkü dördüncü soruda birçok öğrenci algoritmanın çalışma nedenini bilemeyeceklerini ifade etmişlerdir. Bazı öğrenciler bu soruyu boş bırakmıştır.

Tablo 6'da bulunan yedinci soruya ait puanlar (2, 3 ve 4 puan) ise, istenen düzeyde olmasa da, birim küplerle çalıştıktan sonra algoritmanın neden çalıştığını tam olarak açıklayabilen öğrencilerin bulunduğunu göstermektedir. Burada öğretmenin gözlemlerini tekrar hatırlatmak gerekirse, tüm gruplar birim küplerle algoritmanın nasıl çalıştığını başarı ile temsil etmişlerdir. Puanların istenen düzeyde yüksek olmamasının nedeni öğrencilerin düşüncelerini yazıya aktaramamaları olabilir. Bir diğer husus da yedinci soru sınıfta tartışıldıktan sonra ders süresi tamamlandığı için öğrenciler kağıtlarını teslim etmişlerdir. Diğer bir deyişle, yedinci soruya verilen yanıtlardan sonra da öğrenmenin devam etmiş olması muhtemeldir çünkü sınıf tartışması sırasında hem öğrenciler fikirlerini paylaşmış, hem de öğretmen tahtaya gerekli görselleri çizerek paylaşılan fikirleri desteklemiştir. Sonuç olarak gerek Tablo 6'daki puanlar gerek öğretmenin gözlemleri, dersin öğrencilerin kavramsal bilgilerine katkıda bulunduğunu göstermektedir.

SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu makalede, öğrencilerin ders boyunca zihinsel ve fiziksel olarak aktif oldukları bir etkinlik paylaşılmıştır. Öğrenciler matematiksel düşüncelerini yazarak, materyal kullanarak ve konuşarak ifade etmişlerdir. Etkinlik kapsamında öğrenciler, Rus köylüleri tarafından geliştirilen bir çarpma algoritmasını incelemişler, bu algoritmanın neden ve nasıl çalıştığını açıklamışlardır. İlgilenen bazı öğrenciler algoritmayı genişletmişlerdir.

Uygulama dersinden sonra yapılan ölçme değerlendirme sonuçları, bu etkinliğin, öğrencilerin Rus köylüleri tarafından geliştirilen çarpma yöntemine ilişkin kavramsal ve işlemsel bilgilerini geliştirdiğine işaret etmektedir. Ders gözlem notları ve değerlendirme sonuçları, öğrencilerin

matematik dersinde yazma konusunda çok istekli ve çok başarılı olmadıklarını ortaya koymuştur. Öğrenciler algoritmayı uygulamada, algoritmayı yazarak anlatmaya göre daha başarılı olmuşlardır.

Benzer şekilde, öğrenciler algoritmanın neden çalıştığını birim küplerle başarılı bir şekilde gösterdikleri halde yazma konusunda aynı performansı gösterememişlerdir. Aslında bu bulgu literatürde de karşılaşılan bir durumdur (Atasoy & Atasoy, 2006; Seo, 2015). Örneğin, Atasoy ve Atasoy (2006) matematik dersinde günlük yazma etkinliklerinde başlangıçta öğrencilerin zorlandığını, zamanla bağımsız yazma becerilerinin geliştiğini bulmuştur. Bazı öğretmenler matematik dersinde yazmanın gerekli olmadığına inanmakta, yazma etkinlikleri ile ilk karşılaşan öğrenciler ise yazmaya karşı isteksiz davranabilmektedirler (Seo, 2015). Yazmak ve matematik yapmak birbirinden apayrı beceriler gibi görünse de (Burns, 2004) matematik dersinde yazma etkinlikleri öğrencilerin işlemsel ve kavramsal bilgilerine katkıda bulunmaktadır (NCTM, 2000; Yılmaz, 2015). Bu nedenle, matematik derslerinde öğrencilerle düzenli olarak yazma etkinlikleri yapılmalıdır. Zorlanan öğrenciler için başlangıçta grup olarak yazma etkinlikleri önerilebilir. Bir diğer öneri de sınıf tartışmasından sonra öğrencilere tekrar yazmak için fırsat verilmesidir. Bu şekilde, öğrenciler diğer öğrencilerin fikirlerini kendi bilgileri ile harmanlayarak yazılarını geliştirebilirler.

İleride yapılacak uygulamalara yönelik bir diğer öneri, çalışmanın sekizinci sınıf öğrencileri ile uygulanmasıdır. Sekizinci sınıf öğrencileri cebirsel ifadeler, çarpanlara ayırma gibi kavramları kullanarak Rus köylü çarpma yöntemini mevcut uygulamadaki öğrencilerden farklı bir düzeyde anlamlandırabilirler.

Teşekkür

Bu araştırma, Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu [TÜBİTAK] tarafından 1689B011716661 numaralı proje kapsamında desteklenmiştir. Bu makalede dile getirilen görüşler yazara ait olup TÜBİTAK'ın görüşlerini yansıtmamaktadır. Yazar, İpek KAYA ve Aysu ORAL'a projeye katkılarından dolayı teşekkür etmektedir.

KAYNAKLAR

- Atasoy, E., & Atasoy, Ş. (2006). Farklı yazma etkinliklerinin 6. Sınıf öğrencilerinin düşünceleri ve davranışları üzerindeki etkilerinin belirlenmesi. *Hasan Ali Yücel Eğitim Fakültesi Dergisi*, 3(1), 1-18.
- Birgin, O., & Gürbüz, R. (2009). İlköğretim II. kademe öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerinin incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22(2), 529-550.
- Burns, M. (2004). Writing in math. *Educational Leadership*, 62(2), 30-33.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, D.C.: National Academy Press.
- Lee, J. E. (2014). Deciphering with the area model multiplication algorithms. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 19(9), 556-563.
- Lin, C. Y. (2007). Teaching multiplication algorithms from other cultures. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 13(5), 298-304.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2005). *İlköğretim matematik dersi 6-8. sınıflar öğretim program ve kılavuzu*. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2017). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. <http://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=329> adresinden erişildi.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematics success for all*. Reston, VA: Author.
- National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers (2010). *Common core state standards for mathematics*. Retrieved from http://www.corestandards.org/assets/CCSSI_Math%20Standards.pdf
- Olkun, S., & Uçar, Z. T. (2009). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. Ankara: Maya Akademi Eğitim ve Danışmanlık.
- Seo, B. (2015). Mathematical writing: What is it and how do we teach it? *Journal of Humanistic Mathematics*, 5(2), 133-145. doi: 10.5642/jhummath.201502.12
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. W. (2013). *İlkokul ve ortaokul matematiği: Gelişimsel yaklaşımla öğretim (7. baskıdan çeviri)* (S. Durmuş, Çev.). Ankara: Nobel Yayınları.
- Yılmaz, N. (2015). Cebir öğretiminde yazma etkinliklerini kullanmanın ortaokul 7. sınıf öğrencilerinin başarılarına etkisi. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15(1), 357-376.

Kaynak Gösterme

- Cevizci, B. (2018). Rus köylülerin geliştirdiği çarpma yöntemi nasıl ve neden çalışıyor? *Araştırma Temelli Etkinlik Dergisi*, 8(1), 24-36. <http://www.ated.info.tr/index.php/ated/issue/view/15> adresinden erişildi.

Ek 1
Çalışma Kağıdı

RUS KÖYLÜLERİNİN GELİŞTİRDİĞİ ÇARPMA YÖNTEMİ

Bu ders, Rus köylüleri tarafından geliştirilen çarpma yöntemini inceleyeceksiniz.

1) Öğretmeninizle birlikte 12×23 işleminin sonucunu aşağıdaki tabloyu doldurarak hesaplayınız.

12	23

2) 26×61 işleminin sonucunu Rus köylüleri tarafından geliştirilen çarpma yöntemini kullanarak hesaplayınız.

3) Bugün derse gelmeyen bir arkadaşınıza bu çarpma yöntemini anlatacak olsanız, yöntemi nasıl tarif edersiniz? Yöntemin nasıl çalıştığını kısaca yazınız.

4) Sizce bu yöntem neden doğru sonucu veriyor?

- 5) Birim küpler ile 8×5 işlemini gösteriniz. İşlemin anlamına odaklanınız. Şekliniz bir dikdörtgen olmalıdır.
- 6) Aşağıdaki işlemleri Rus köylülerinin yöntemi ile hesaplayınız. Her bir satırdaki işlemi önce birim küplerle gösteriniz sonra diğer satıra geçiniz. Yötemin neden çalıştığını anlamlandırmaya çalışınız.

8x5	
8	5

6x5	
6	5

7x4	
7	4

5x13	
5	13

- 7) Rus köylü yöntemi neden doğru sonucu vermektedir? Açıklayınız.

Ek Soru: Rus köylü yönteminde birinci çarpan 2 ile çarpılırken ikinci çarpan 2'ye bölünmektedir. Birinci çarpan 3 ile çarpılıp, ikinci çarpan 3'e bölünseydi yine doğru sonucu bulur muyduk? Örnekler üzerinden defterinizde inceleme yapınız. Bir kurala ulaşırsanız kuralınızı aşağıya yazınız. İnceleme sonuçlarınızı tüm sınıfa açıklamaya hazır olunuz.

Ek 2

İşlemsel Bilgi Rubrikleri

İşlemsel Bilgiyi Ölçmek için Puanlama Anahtarı

Başarılı		Henüz Değil	
4 Puan: Mükemmel	3 Puan: Yeterli	2 Puan: Kısmi Başarı	1 Puan: Çok Az Başarı
Algoritma her soruda doğru bir şekilde uygulanmış ve çarpma işleminin sonucu doğru olarak hesaplanmıştır.	Algoritma doğru bir şekilde uygulanmış ancak basit işlem hatası nedeniyle sonuç yanlış bulunmuştur.	Algoritmanın tam olarak öğrenildiğini belirleyecek işlemler yapılmamıştır. Daha fazla öğretim gereklidir.	Algoritmanın ya çok az bir kısmı kavranmış ya da algoritmaya ilişkin hiç işlemsel bilgi oluşmamıştır.

İşlemsel Bilgiyi İfade Etme Becerisini Ölçmek için Puanlama Anahtarı

Başarılı		Henüz Değil	
4 Puan: Mükemmel	3 Puan: Yeterli	2 Puan: Kısmi Başarı	1 Puan: Çok Az Başarı
Algoritma ile ilgili şu noktalar belirtilmiştir: 1) Birinci çarpan tekrarlı olarak 2'ye bölünür, ikinci çarpan 2 ile çarpılır. 2) Birinci çarpan tek ise 1 eksiltip 2'ye bölünür. 3) Birinci çarpan 1 olunca işlem tamamlanır. 4) Birinci sütundaki tek sayıların karşısındaki sayılar toplanır. Ve çarpma işleminin sonucu bulunur.	Dört puan almak için gerekli 4 husustan 2 veya 3 tanesi belirtilmiştir. Örnek üzerinden yapılan açıklamalar bu kategoridedir.	Dört puan almak için gerekli 4 husustan birincisi belirtilmiştir.	Algoritmaya dair ana esaslar yerine şekilsel unsurlar yazılmıştır. Örneğin, tablo yapılır gibi.

Ek 3

Kavramsal Bilgiyi Ölçmek için Puanlama Anahtarı

Başarılı		Henüz Değil	
4 Puan: Mükemmel	3 Puan: Yeterli	2 Puan: Kısmi Başarı	1 Puan: Çok Az Başarı
Algoritmanın neden çalıştığı birinci çarpanın tek ve çift olduğu durumlar düşünülerek açıklanmıştır. Açıklamalar görsel veya sözel ifadeler içerebilir.	Algoritmanın neden çalıştığı birinci çarpanın çift olduğu durum düşünülerek açıklanmıştır. Açıklamalar görsel veya sözel ifadeler içerebilir.	Algoritmanın neden çalıştığı genel olarak çarpma ve bölmenin birbirini dengelediği gibi bir sebep belirtilerek detaya girilmeden açıklanmıştır.	Algoritmanın neden çalıştığına dair anlamlı bir neden ileri sürülmemiştir.